

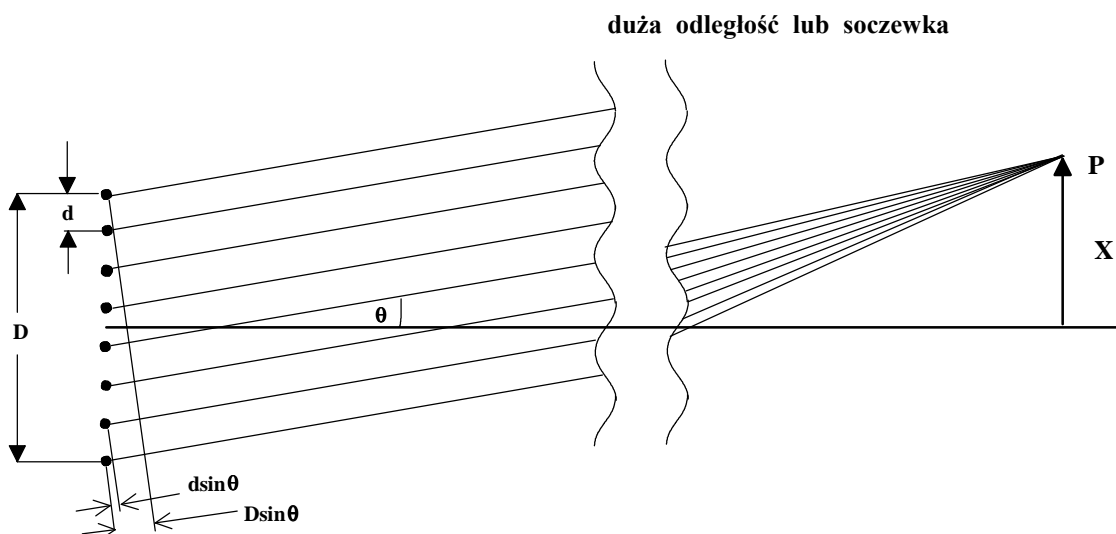
## DYFRAKCJA ŚWIATŁA NA POJEDYNCZEJ I PODWÓJNEJ SZCZELINIE

- I. Cel ćwiczenia:** zapoznanie ze zjawiskiem dyfrakcji światła na pojedynczej i podwójnej szczelinie. Pomiar długości fali świetlnej, szerokości szczeliny i odległości między środkami szczelin.
- II. Przyrządy:** *wersja A (obserwacja na ekranie):* laser LG 200, zestaw szczelin pojedynczych i podwójnych, ekran  
*wersja B (obserwacja przy pomocy goniometru (spektrometru)):* goniometr, lampa rtęciowa, zestaw szczelin pojedynczych i podwójnych, filtr interferencyjny np. zielony (długość fali 546 nm).
- III. Literatura:** F. C. Crawford Fale.  
D. Resnick, R. Holliday Fizyka, t. II.

### IV. Obraz dyfrakcyjny pojedynczej szczeliny.

Wyznamy obraz dyfrakcyjny, jaki powstaje, gdy fala płaska pada na szczelinę. Posługując się konstrukcją Huygensa zastępujemy w myśli padającą falę płaską i materiał ekranu przez płytkę promieniującego materiału - przeszkodę Huygensa. Początkowo założymy, że mamy  $N$  identycznych promieniujących anten (lub  $N$  wąskich szczelin) rozmieszczonych na płytce w jednakowych odstępach, zamiast oscylujących ładunków rozmieszczonych na płytce w sposób ciągły. Gdy  $N$  dąży do nieskończoności, otrzymujemy w granicy ciągły rozkład źródeł promieniowania. Posługując się odrębnymi źródłami zamiast rozkładem ciągłym, otrzymujemy równocześnie rozwiązanie obrazu promieniowania wytworzonego przez  $N$  anten lub  $N$  wąskich szczelin (dla dowolnego  $N$ , od  $N = 2$  do nieskończoności).

Rys.1



Niech szerokość pojedynczej szczeliny wynosi  $D$ . Wówczas  $D$  jest szerokością obszaru, który zawiera nasz liniowy układ anten Huygensa. Odległość między sąsiadującymi antenami wynosi  $d$  i wówczas  $D = (N-1)d$ . Załóżmy, że fala płaska pada z kierunku  $+z$ , a  $N$  szczelin rozmieszczonych jest wzdłuż osi  $X$ , jak pokazuje rysunek 1.

W odległym punkcie  $P$  każda z anten daje wkład o tej samej amplitudzie  $A(r)$  (ponieważ punkt  $P$  jest tak daleko położony, że w zależności amplitudy od odległości możemy przyjąć odległości  $P$  od wszystkich anten jednakowe). Z założenia wszystkie anteny drgają w fazie. Natężenie pola elektrycznego  $E$  w punkcie  $P$  dane jest superpozycją

$$E = A(r) \cos(\omega t - kr_1) + A(r) \cos(\omega t - kr_2) + \dots + A(r) \cos(\omega t - kr_N) \quad (1)$$

Można wyrazić tę superpozycję  $N$  wychodzących fal w postaci pojedynczej fali biegnącej, która rozchodzi się z punktu wyobrażającego średnie położenie anten układu i której amplituda modulowana jest w funkcji kąta emisji. Obliczenia dają (patrz przypis I) następujące wyrażenie na natężenie pola w punkcie  $P$

$$E(r, \theta, t) = A(r) \frac{\sin \frac{1}{2} N \Delta \varphi}{\sin \frac{1}{2} \Delta \varphi} \cos(\omega t - kr) = A(r, \theta) \cos(\omega t - kr) \quad (2)$$

gdzie  $\Delta \varphi = kd \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ ,

$r$  - odległość punktu  $P$  od środka anten.

Przyjmując założenie, że  $N \rightarrow \infty$  otrzymujemy po przekształceniach (przypis I)

$$E(r, \theta, t) = A(r, 0) \frac{\sin \frac{1}{2} \Phi}{\frac{1}{2} \Phi} \cos(\omega t - kr) \quad (3)$$

gdzie  $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \theta$  (3a)

Z elektrodynamiki wiadomo, że w przypadku fal płaskich i monochromatycznych natężenie strumienia energii jest proporcjonalne do  $\langle \vec{E}^2 \rangle$

$$I \sim \langle \vec{E}^2 \rangle .$$

gdzie nawiasy  $\langle \rangle$  oznaczają uśrednienie w czasie.

Uwzględniając ten fakt i zależność (3) otrzymujemy, że natężenie strumienia energii wykazuje zależność kątową

$$I(r, \theta) = I_{\max} \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \Phi}{\left(\frac{1}{2} \Phi\right)^2} . \quad (4)$$

Wyrażenie (4) przyjmuje wartość minimalną dla

$$\frac{1}{2} \Phi = \pm n \pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Uwzględniając (3a) otrzymujemy warunek na minima dyfrakcyjne

$$D \cdot \sin \theta = \pm n \lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Dla małych kątów  $\sin \theta \approx \theta$  i wówczas położenie pierwszego minimum dyfrakcyjnego określone jest przez zależność

$$\theta = \pm \frac{\lambda}{D} \quad (5a)$$

Znajdźmy położenia i natężenia dalszych maksimów dyfrakcyjnych. W przybliżeniu leżą one w pośrodku między sąsiednimi minimami a więc w punktach dla których

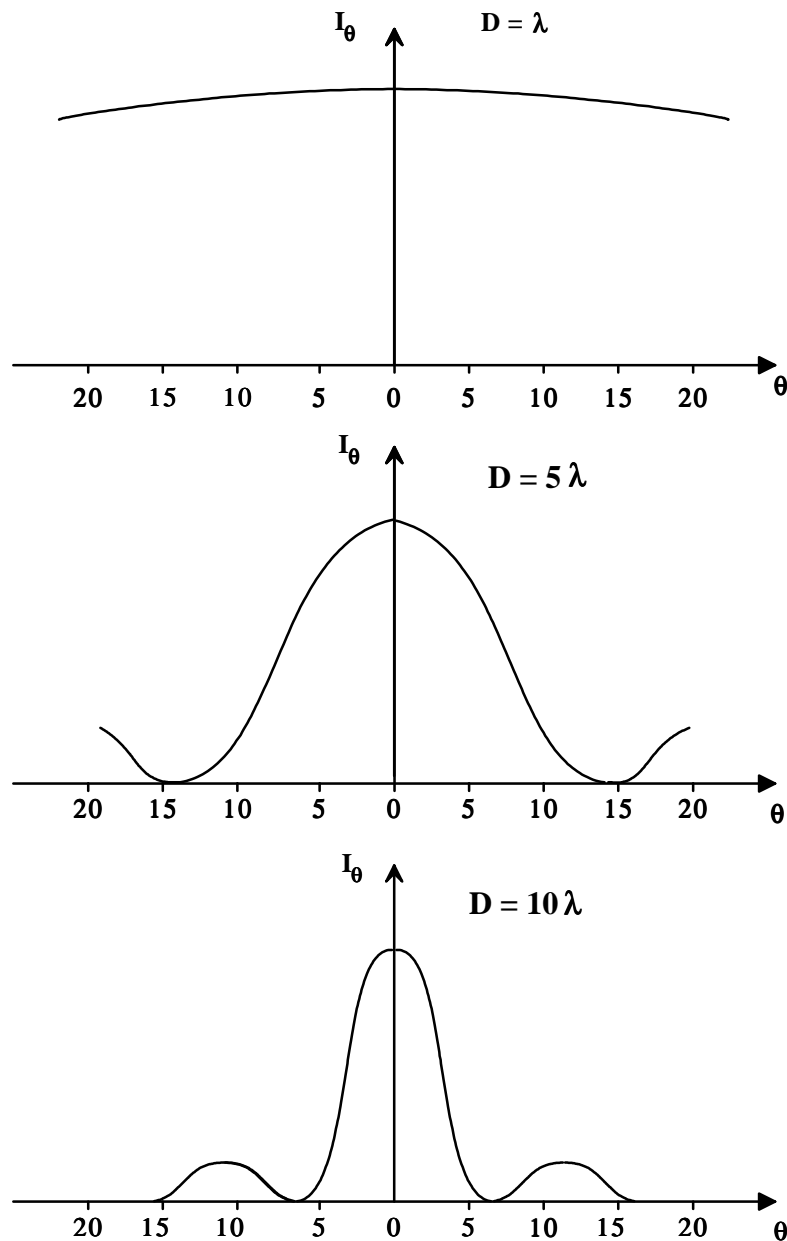
$$\frac{1}{2}\Phi \approx \pm(n + \frac{1}{2})\pi$$

tzn.

$$\frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \theta \approx \pm(n + \frac{1}{2})\pi \Rightarrow D \sin \theta \approx (n + \frac{1}{2})\lambda \quad (6)$$

Podstawiając (6) do równania (4) otrzymamy w rezultacie

$$\frac{I(\theta)}{I_{\max}} = \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}$$



Rys.2 Względne natężenie dyfrakcyjne dla trzech wartości stosunku  $\frac{D}{\lambda}$

Stąd otrzymujemy, że dla  $n = 1, 2, 3, \dots$  stosunek  $I(\theta)/I_{\max} = 0,045, 0,016, 0,0083$  itd. A więc natężenia maksimumów bardzo szybko maleją

Rysunek 2 pokazuje krzywe  $I_{\theta}$  dla różnych wielkości stosunku  $D/\lambda$ . Obraz staje się coraz bardziej wąski, gdy  $D/\lambda$  wzrasta (przy  $\lambda = \text{const.}$ )

## V. Obraz dyfrakcyjny dwu szczelin.

Każda ze szczelin daje w punkcie wykrywania (obserwacji) natężenie pola elektrycznego o pewnej amplitudzie i stałej fazowej. Stała fazowa przyczynku z jednej całej szczeliny jest taka sama, jak stała fazowa nieskończenie małego przyczynku pochodzącego od bardzo wąskiej anteny w środku szczeliny. Wynika to z faktu, że fala zawiera czynnik  $\cos(\omega t - kr)$ , gdzie  $r$  jest odległością od środka szczeliny do punktu wykrywania (patrz równania (2) i (3)). Amplituda fali jest proporcjonalna do  $\sin \frac{1}{2}\Phi / \frac{1}{2}\Phi$ , gdzie  $\Phi$  jest różnicą fazy przyczynków z przeciwległych krańców szczeliny. Gdy mamy  $N$  takich szczelin w odległości  $d$  jedna od drugiej, każda z nich daje przyczynek, który - jeśli chodzi o fazę - jest taki sam, jaki otrzymałoby się z wąskiej szczeliny umieszczonej w środku rzeczywistej szczeliny.

Powtarzając rozumowanie i obliczenia, które doprowadziły do zależności (2) ale przy zastąpieniu stałej amplitudy  $A(r)$ , którą dawała każda z wąskich szczelin, przez nową amplitudę równą stałej  $A(r)$  pomnożonej przez  $\sin \frac{1}{2}\Phi / \frac{1}{2}\Phi$  otrzymamy obraz interferencyjny z  $N$  nieskończenie wąskich szczelin ale zmodulowany przez  $\sin \frac{1}{2}\Phi / \frac{1}{2}\Phi$  czyli

$$E(r, \theta, t) = A(r) \frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\frac{1}{2}\Phi} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}N\Delta\varphi}{\sin \frac{1}{2}\Delta\varphi} \cdot \cos(\omega t - kr). \quad (7)$$

Ponieważ nas interesuje przypadek  $N = 2$ , to korzystając z tożsamości trygonometrycznej  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$  dla  $x = \frac{1}{2}\Delta\varphi$  i  $N = 2$  otrzymujemy natężenie pola elektrycznego w punkcie P od dwu szczelin

$$E(r, \theta, t) = \left[ 2 \cdot A(r) \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\frac{1}{2}\Phi} \cos \frac{1}{2}\Delta\varphi \right] \cos(\omega t - kr). \quad (8)$$

Jeśli oznaczyć

$$\left[ 2 \cdot A(r) \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\frac{1}{2}\Phi} \cos \frac{1}{2}\Delta\varphi \right] = A(r, \theta), \quad (9)$$

$$\text{to} \quad E(r, \theta, t) = A(r, \theta) \cdot \cos(\omega t - kr) \quad (10)$$

$$\Phi = kD \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \theta, \quad (11)$$

$$\Delta\varphi = kd \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta, \quad (12)$$

gdzie  $D$  jest szerokością każdej ze szczelin,  $d$  - odległością między środkami szczelin,  $r$  - odległością punktu P od punktu położonego w połowie między środkami szczelin.

Obraz natężenia  $I(\theta)$  jest proporcjonalny do średniej czasowej kwadratu natężenia pola elektrycznego, tzn. zgodnie z równaniami (9) i (10)

$$I(\theta) = I(0) \cdot \left[ \frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\frac{1}{2}\Phi} \right]^2 \cos^2 \frac{1}{2}\Delta\varphi. \quad (13)$$

W równaniu (13) zależność od  $r$  pominięto.

Czynnik  $\cos^2 \frac{1}{2}\Delta\varphi$  zwany czasem interferencyjnym daje szybką zmienność w zależności od kąta, charakterystyczną dla dwu szczelin. Czynniki  $\left[ \sin \frac{1}{2}\Phi / \frac{1}{2}\Phi \right]^2$  daje modulację związaną z szerokością szczeliny (tzw. czynnik dyfrakcyjny).

Maksima interferencyjne wystąpią dla tych kątów, dla których  $\cos^2 \Delta\varphi$  we wzorze (13) wynosi 1, czyli

$$\frac{1}{2}\Delta\varphi = \pm m\pi$$

Uwzględniając (12) otrzymujemy warunek na maksima interferencyjne zwane głównymi

$$d \sin \theta = \pm m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

Dla zakresu małych kątów  $\sin \theta \approx \theta$  i położenie maksimów wyznacza zależność

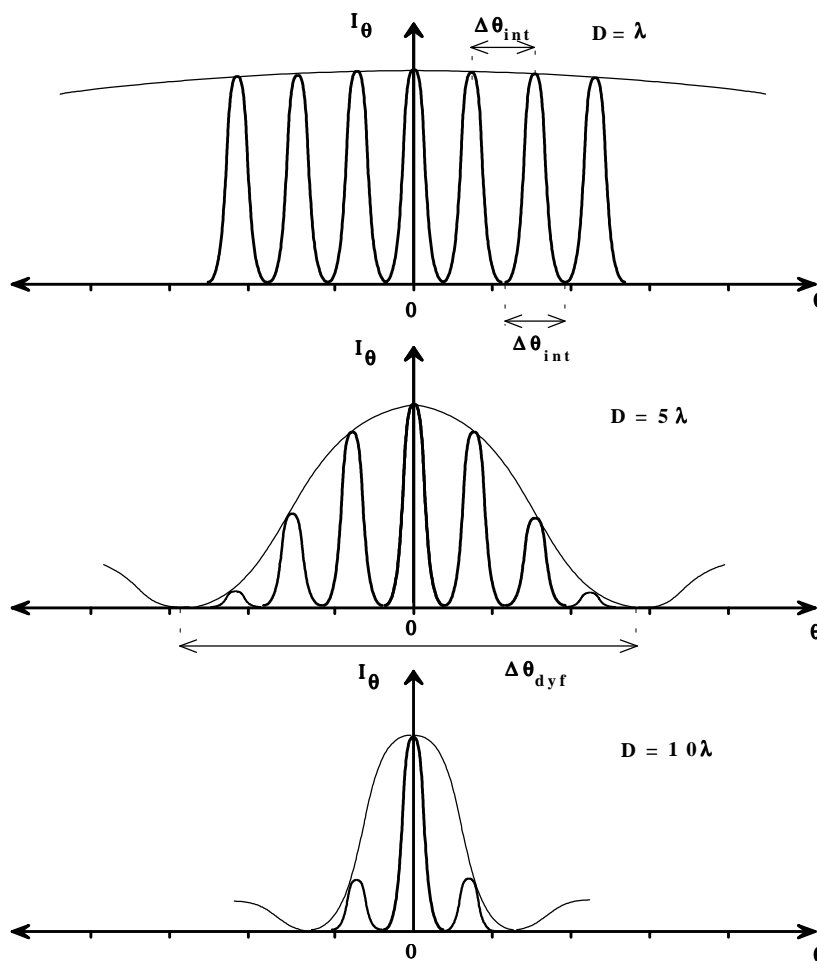
$$\theta = \pm m \frac{\lambda}{d} \quad (14a)$$

Minima wystąpią dla tych kątów, dla których  $\frac{1}{2}\Delta\varphi = \pm(m + \frac{1}{2})\pi$ , czyli

$$d \sin \theta = \pm(m + \frac{1}{2})\lambda, \quad (15)$$

Dla  $\sin \theta \approx \theta$  mamy

$$\theta = \pm(m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{d} \quad (15a)$$



Rys. 3

W zakresie małych kątów  $\theta$ , odległość katowa między dwoma pierwszymi minimami dyfrakcyjnymi leżącymi po prawej i lewej stronie punktu 0 (rys. 3) wynosi zgodnie ze wzorem (5a)

$$\Delta\theta = \Delta\theta_{dyf} = \frac{2\lambda}{D} \quad (16)$$

Zerowe maksimum dyfrakcyjne jest tym szersze im węższa jest szczelina oraz im większa jest długość fali świetlnej. Wykorzystując zależność (15a) otrzymujemy szerokość katową maksimów głównych (interferencyjnych) :

$$\Delta\theta_{int} = \theta_m - \theta_{m-1} = \frac{\lambda}{d} \quad (17)$$

Ponieważ  $\Delta\theta_{int} = \Delta x' / L$ , to liniowa odległość między sąsiednimi minimami (lub maksimami) wyniesie

$$\Delta x' = L \frac{\lambda}{d} \quad (17a)$$

(L - odległość ekranu od szczelin).

Założmy, że maksimum główne m-tego rzędu pokrywa się z pierwszym minimum dyfrakcyjnym tzn., że mamy

$$\theta_1^{dyf} = \theta_m^{int}$$

$\theta_1^{dyf}$  - położenie katowe pierwszego minimum dyfrakcyjnego,

$\theta_m^{int}$  - położenie katowe maksimum głównego m - tego rzędu.

Dla małych kątów (wzór (5a) i (14a)) otrzymuje się

$$\frac{\lambda}{D} = m \frac{\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{d}{D} . \quad (18)$$

Stosunek  $d/D$  równy liczbie całkowitej wyznacza rząd maksimum głównego, które nie będzie obserwowane. W takim razie w obrębie między minimami dyfrakcyjnymi rzędu  $\pm 1$  otrzymamy

$$k = 2m - 1 \quad (19)$$

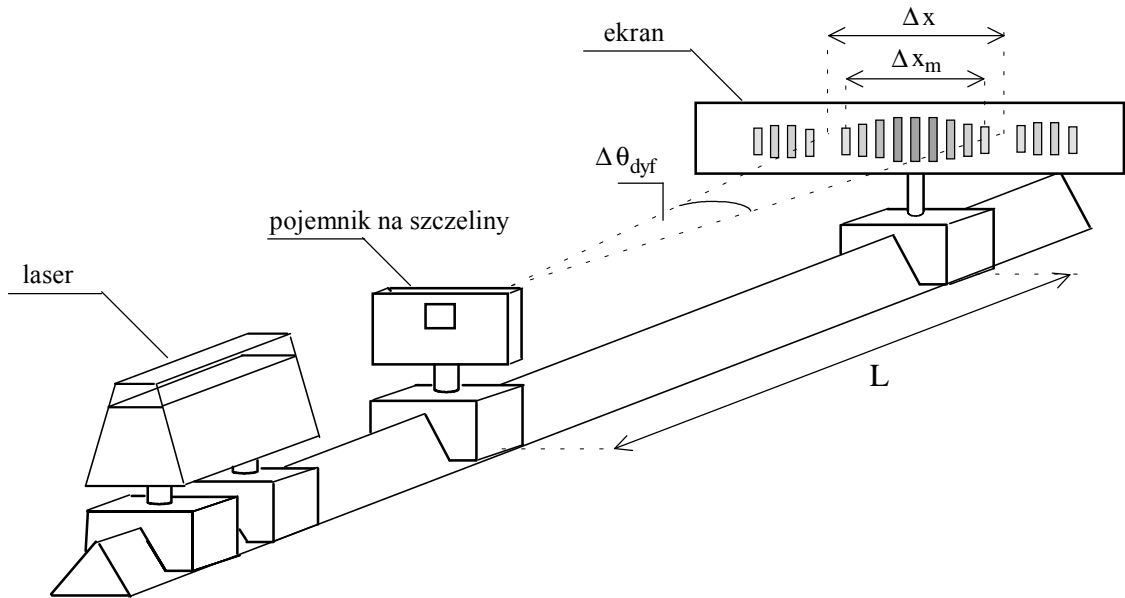
maksimów głównych; np., gdy  $\frac{d}{D} = 4$  powinniśmy zaobserwować 7 widocznych maksimów.

Jaki będzie obraz (tj. ile będzie widocznych maksimów), gdy  $d/D$  nie jest liczbą całkowitą i stosunek ten wynosi np. 3,4 lub 3,8.

## VI. Układ pomiarowy.

Zestaw do ćwiczenia składa się ze źródła światła spójnego (laser) lub lampy rtęciowej, zestawu szczelin pojedynczych i podwójnych, spektrometru lub ekranu.

Jeśli ćwiczenie wykonywane jest przy użyciu spektrometru, ekran jest zbędny. Źródłem światła jest wówczas lampa rtęciowa oświetlająca szczelinę kolimatora spektrometru. Przy pomocy filtra zielonego wybieramy jej zieloną linię ( $\lambda = 546 \text{ nm}$ ). Szczeliny wsuwamy w odpowiedni uchwyt na stole spektrometru, regulując odpowiednim pokrętelem jego wysokość tak, aby wiązka światła trafiała na szczelinę (szczeliny). Przy użyciu lasera obraz obserwuje się na ekranie (rys.4).



Rys. 4. Układ pomiarowy dla wariantu A (laser i obserwacja na ekranie).

## VII. Wykonanie ćwiczenia.

### A) Wariant z laserem.

1. Włożyć płytkę z pojedynczą szczeliną o znanej szerokości  $D$  w odpowiedni uchwyt umieszczony na koniku na ławie optycznej. Oświetlić szczelinę światłem lasera, regulując w razie konieczności położenie szczeliny względem wiązki światła laserowego.
2. Zmierzyć na ekranie odległość  $\Delta x$  między dwoma minimami po obu stronach maksimum głównego i odległość  $L$  ekranu od szczeliny.
3. Włożyć zamiast pojedynczej szczeliny szczelinę podwójną.
4. Zmierzyć odległość liniową  $\Delta x_m$  między skrajnymi widocznymi maksimum  $\pm m$ -tego rzędu (w obrębie dyfrakcyjnego maksimum głównego). Zapisać liczbę  $k$  widocznych maksimum, między którymi dokonano pomiarów odległości.
5. Powtórzyć pomiary dla dwóch innych szczelin.

### B) Wariant z spektrometrem.

1. Włożyć płytkę z pojedynczą szczeliną o znanej szerokości  $D$  w odpowiedni uchwyt stolika. Usztawić lampę rtęciową tak, by wiązka równoległa po wyjściu z kolimatora oświetlała szczelinę umieszczoną na stoliku goniometru.
2. Zmierzyć położenie kątowe  $\theta^{dyf}$  minimów leżących po obu stronach maksimum ( $\theta_{+1}^{dyf}$  i  $\theta_{-1}^{dyf}$ ).
3. Włożyć zamiast pojedynczej szczeliny szczelinę podwójną.
4. Zmierzyć położenie kątowe  $\theta_m$  skrajnych widocznych maksimum  $\pm m$ -tego rzędu. Zapisać liczbę  $k$  widocznych maksimum, między którymi dokonywano pomiarów odległości kątowej.
5. Powtórzyć pomiary dla innych szczelin.

**VIII. Opracowanie wyników.**

1. Obliczyć korzystając ze wzoru (16) długość fali światła użytego w doświadczeniu, znajdując odległość kątową między dwoma minimami dyfrakcyjnymi  $\pm 1$  rzędu, tzn.  $\Delta\theta_{dyf}$ .

W przypadku wariantu z laserem  $\Delta\theta_{dyf} = \frac{\Delta x}{L}$ .

2. Obliczyć odległość kątową  $\Delta\theta_{int}$  między sąsiednimi maksimami głównymi. Wyznaczamy ją z zależności:

$$\Delta\theta_{int} = \frac{\Delta\theta_m}{k-1}.$$

$\Delta\theta_m$  - odległość kąтова między skrajnymi widocznymi maksimami  $\pm m$ -tego rzędu,  
 $k$  - liczba zanotowanych widocznych maksimów.

W przypadku wariantu z laserem  $\Delta\theta_m = \frac{\Delta x_m}{L}$ .

3. Znając  $\lambda$ ,  $\Delta\theta_{int}$  obliczyć  $d$ .
4. Uwzględniając, że między minimami dyfrakcyjnymi  $\pm 1$  rzędu wystąpi  $k = 2m - 1$  maksimów (patrz wzór (19)) znaleźć  $D$  (wzór (18)).
5. Oszacować błąd wyznaczenia długości fali  $\lambda$ , odległości między środkami szczelin  $d$ , szerokości każdej ze szczelin  $D$ .

**UWAGA !**

**Laser włączać tylko na czas przeprowadzania pomiarów.**

**Nie oświetlać oczu światłem laserowym.**



**Przypis I.**

Nateżenie pola E stanowi część rzeczywistą zespolonej wielkości  $E_c$ . Zespolona wielkość  $E_c$  dana jest zależnością:

$$E_c = A(r)e^{i\omega t}(e^{-ikr_1} + e^{-ikr_2} + \dots + e^{-ikr_N}) \quad (I.1)$$

Zgodnie z rysunkiem 1

$$\begin{aligned} r_2 &= r_1 + d\sin\theta, \\ r_3 &= r_1 + 2d\sin\theta, \\ &\dots\dots\dots \\ r_N &= r_1 + (N-1)d\sin\theta. \end{aligned} \quad (I.2)$$

Równanie (I.1) przejdzie w

$$E_c = A(r)e^{i\omega t}e^{-ikr_1}(1 + e^{-ik(r_2 - r_1)} + e^{-ik(r_3 - r_1)} + \dots) = A(r)e^{i\omega t}e^{-ikr_1}S \quad (I.3)$$

gdzie

$$S = 1 + e^{-ik(r_2 - r_1)} + e^{-ik(r_3 - r_1)} + \dots = 1 + a + a^2 + \dots + a^{N-1} \quad (I.4)$$

przy czym

$$a = e^{-ik(r_2 - r_1)} = e^{-ikd\sin\theta} = e^{-i\Delta\varphi} \quad (I.5)$$

gdzie  $\Delta\varphi = kd\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta$ .

Suma szeregu geometrycznego (I.4) wynosi

$$\begin{aligned} S &= a_1 \frac{q^{N-1} - 1}{q - 1} = \frac{a^{N-1} - 1}{a - 1} = \frac{e^{-iN\Delta\varphi} - 1}{e^{-i\Delta\varphi} - 1} = \frac{e^{-i\frac{1}{2}N\Delta\varphi} [e^{-i\frac{1}{2}N\Delta\varphi} - e^{i\frac{1}{2}N\Delta\varphi}]}{e^{-i\frac{1}{2}\Delta\varphi} [e^{-i\frac{1}{2}\Delta\varphi} - e^{i\frac{1}{2}\Delta\varphi}]} = \\ &= e^{-i\frac{1}{2}(N-1)\Delta\varphi} \frac{e^{i\frac{1}{2}N\Delta\varphi} - e^{-i\frac{1}{2}N\Delta\varphi}}{e^{i\frac{1}{2}\Delta\varphi} - e^{-i\frac{1}{2}\Delta\varphi}} = e^{-i\frac{1}{2}(N-1)\Delta\varphi} \frac{\sin \frac{1}{2}N\Delta\varphi}{\sin \frac{1}{2}\Delta\varphi} \end{aligned} \quad (I.6)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \frac{e^{i\frac{1}{2}N\Delta\varphi} - e^{-i\frac{1}{2}N\Delta\varphi}}{2i} &= \sin \frac{1}{2}N\Delta\varphi \\ \frac{e^{i\frac{1}{2}\Delta\varphi} - e^{-i\frac{1}{2}\Delta\varphi}}{2i} &= \sin \frac{1}{2}\Delta\varphi \end{aligned}$$

Równanie (I.3) przechodzi teraz w

$$E_c = A(r)e^{i\omega t} e^{-ik[r_1 + \frac{1}{2}(N-1)\Delta\varphi]} \frac{\sin \frac{1}{2}N\Delta\varphi}{\sin \frac{1}{2}\Delta\varphi} = A(r)e^{i\omega t} e^{-ikr} \frac{\sin \frac{1}{2}N\Delta\varphi}{\sin \frac{1}{2}\Delta\varphi} \quad (I.7)$$

gdzie  $r = r_1 + \frac{1}{2}(N-1)d\sin\theta = r_1 + \frac{1}{2}(N-1)\Delta\varphi$  (I.8)

We wzorze (I.8)  $r$  jest odległością punktu P od środka anten.

Biorąc część rzeczywistą z zależności (I.8) otrzymujemy natężenie pola w punkcie P

$$E(r, \theta, t) = A(r) \frac{\sin \frac{1}{2}N\Delta\varphi}{\sin \frac{1}{2}\Delta\varphi} \cos(\omega t - kr) = A(r, \theta) \cos(\omega t - kr) \quad (I.9)$$

Przyjmujemy teraz, że  $N \rightarrow \infty$ ,  $D$  pozostaje stałe a wówczas  $d$  maleje do 0. Względne przesunięcie  $\Delta\varphi$  między falami wychodzącymi z sąsiednich anten dąży do zera. Całkowite przesunięcie fazy  $\Phi$  między przyczynkami z pierwszej i ostatniej anteny w punkcie P wynosi

$$\begin{aligned}\Phi &= (N-1)\Delta\varphi = kD \sin \theta \\ \Phi &\approx N\Delta\varphi \quad \text{dla } N \gg 1.\end{aligned}$$

Tak więc modulowana amplituda w zależności (I.9) wynosi

$$A(r, \theta) = A(r) \frac{\sin \frac{1}{2}N\Delta\varphi}{\sin \frac{1}{2}\Delta\varphi} \approx A(r) \frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\sin \frac{1}{2N}\Phi}. \quad (\text{I.10})$$

Ponieważ  $\sin \frac{1}{2N}\Phi \approx \frac{1}{2N}\Phi \quad (N \gg 1),$

to 
$$A(r, \theta) = NA(r) \frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\frac{1}{2}\Phi}. \quad (\text{I.11})$$

Gdy  $N$  dąży do nieskończoności, musimy przyjąć, że  $A(r)$  dąży do 0 w taki sposób, że  $NA(r)$  pozostaje stałe, ponieważ chcemy mieć taki sam przyczynik z danego nieskończonego małego elementu  $dx$  ciągłego układu anten, bez względu na ilość anten jaką ten układ zawiera. W równaniu (I.11) możemy uniknąć jawnego wprowadzenia  $N$  i  $A(r)$ , gdyż  $\Phi$  dąży do 0, gdy  $\theta \rightarrow 0$  a wówczas

$$\frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\frac{1}{2}\Phi} = 1 \quad \left( \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \text{dla } x \rightarrow 0 \right)$$

Zgodnie z równaniem (I.11)

$$A(r, 0) = NA(r) \cdot I.$$

Otrzymujemy w końcu

$$E(r, \theta, t) = A(r, 0) \frac{\sin \frac{1}{2}\Phi}{\frac{1}{2}\Phi} \cos(\omega t - kr), \quad (\text{I.12})$$

gdzie 
$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \theta. \quad (\text{I.13})$$