CHARAKTERYSTYKI LICZNIKA GEIGERA –MÜLLERA. ROZKŁAD POISSONA

I. Cel ćwiczenia: zapoznanie z elementami fizyki jądrowej: wyznaczanie charakterystyki licznika Geigera-Müllera (G-M), określenie napięcia progowego, obszaru występowania „plateau”, wyznaczenie nachylenia „plateau”; poznanie charakterystyki i prawidłowości zdarzeń statystycznych na podstawie doświadczenia.

II. Przyrządy: licznik G-M, zasilacz wysokiego napięcia, układ wzmacniający i rejestrujący.

III. Literatura:

[1] J. L. Kacperski, „I pracownia fizyczna”,
[2] J. L. Kacperski, K. Niedźwiedziuk; „I pracownia fizyczna”,
[3] J. L. Kacperski „Opracowanie danych pomiarowych”,
[4] H. Szydłowski „Pracownia fizyczna”,
[5] M. Fisz „Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna”,
[6] Praca zbiorowa pod red.T. Rewaja” Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w Politechnice”,
[7] J. Araminowicz, K. Małuszyńska, M. Przytuła „Laboratorium fizyki jądrowej”.

IV. Wstęp

W wyniku przenikania przez materię cząstek naładowanych następuje jonizacja i wzbudzenie atomów i cząsteczek. Zjawisko to można zarejestrować wytwarzając pole elektryczne w badanym obszarze i mierząc prąd jonizacji (poprzez pomiar impulsu napięciowego).

Cząstki neutralne i promieniowanie elektromagnetyczne powodują jonizację za pośrednictwem protonów odrzutu i produktów rozpadu jąder (mowa tu o neutronach) oraz elektronów powstałych w oddziaływaniu kwantów γ z materią. Kwanty γ o energii mniejszej od 0,5MeV wyzwalają elektrony w efekcie fotoelektrycznym, w zakresie średnich energii od 0,05MeV do 10MeV główną rolę w ich oddziaływaniu z materią odgrywa efekt Comptona, a powyżej 1,02MeV pojawia się proces tworzenia się par elektron-pozyton, który przeważa przy wyższych energiach.

Energia 1eV jest równa przyrostowi energii kinetycznej elektronu przyspieszanego w polu elektrycznym miedzy punktami o różnicy potencjałów jednego wolta

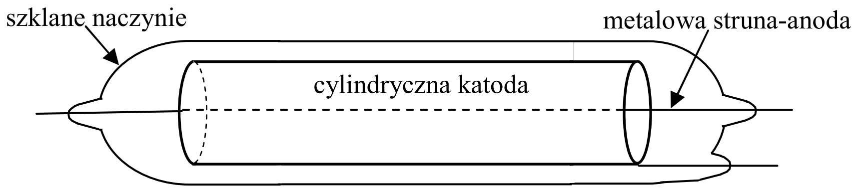
$$1\text{MeV} = 10^6\text{eV} \qquad 1\text{MeV} = 1{,}602\ 10^{-13}\text{J}$$

V. Licznik Geigera-Müllera

a) budowa licznika G-M.

Licznik G-M jest jednym z detektorów promieniowania jądrowego. Działanie jego oparte jest na zjawisku jonizacji gazu przez promieniowanie.

Ten wykorzystywany w naszym doświadczeniu zbudowany jest z cylindrycznego naczynia szklanego, przeciągniętej wzdłuż osi cylindra metalowej struny zwanej anodą oraz zewnętrznej katody grafitowej napylonej na szklany cylinder licznika. Naczynie szklane jest zamknięte hermetycznie i wypełnione najczęściej gazem szlachetnym (np. argonem, neonem) pod ciśnieniem kilkudziesięciu mm Hg. Katoda w licznikach może być również metalowym cylindrem umieszczonym wewnątrz zamkniętego naczynia licznika. Tak zbudowane liczniki posiadające katody cylindryczne (grafitowa lub metalowa) pozwalają na uzyskanie między katodą i anodą silnie niejednorodnego pola elektrycznego z największym natężeniem przy anodzie.



Rys.1 Przekrój szklanego licznika Geigera-Müllera

Promieniowanie jądrowe powoduje jonizację gazu miedzy elektrodami licznika. Elektrony, które powstają w procesie jonizacji są przyspieszane w silnym polu elektrycznym i uzyskują dostateczną energię, aby wywołać dalsze akty jonizacyjne i wzbudzenia cząsteczek gazu. Na skutek lawinowo rozwijającego się procesu jonizacji do anody dochodzi coraz większa liczba elektronów. W rozwoju wyładowania ważne miejsce zajmują fotony promieniowania ultrafioletowego wzbudzonych cząsteczek gazu. Na skutek zjawiska fotoelektrycznego, które szczególnie zachodzi na katodzie, pojawiają się następne elektrony, zapoczątkowujące kolejne lawiny elektronowe, które podążają do anody. Jednocześnie w tym procesie narasta liczba jonów dodatnich, a ponieważ są znacznie cięższe od elektronów poruszają się dużo wolniej i w konsekwencji tworzą w gazie ładunek przestrzenny. Obecność ładunku przestrzennego powoduje zmniejszenie natężenia pola elektrycznego miedzy anodą i chmurą jonów przesuwających się w kierunku katody. W wyniku tego procesu wyładowanie zanika. Ale jony dodatnie po przybyciu do katody wybijają z niej elektrony. Jeśli dodatni ładunek z katody zostanie odpowiednio szybko odprowadzony, to lawiny elektronowe zaczną rozwijać się od nowa. W taki sposób wyładowanie w liczniku jest stale podtrzymywane, a w konsekwencji licznik nie może rejestrować następnych cząstek promieniowania jądrowego. Jednym ze sposobów powstrzymywania wyładowania ciągłego w liczniku jest włączenie w obwód licznika dużego oporu (rzędu 10^9 Ω). Duży opór zapobiega szybkiemu odprowadzeniu ładunku ujemnego z anody, co powoduje obniżenie potencjału na anodzie do momentu, gdy jony dodatnie zostaną zebrane na katodzie. To obniżenie potencjału a zarazem zmniejszenie napięcia miedzy katodą i anodą jest wystarczające do tego, aby elektrony wybite przez jony nie wywołały nowych lawin. Prowadzi do wygaśnięcia wyładowania. Po czasie rzędu setnej części sekundy ładunek z anody zostaje odprowadzony i licznik ma możliwość rejestracji następnej cząstki.

Innym sposobem gaszenia wyładowań jest wypełnienie licznika uprzednio wymienionymi gazami z domieszką gazów lub par o cząsteczkach wieloatomowych (metan, etan, pary alkoholu). Na skutek odpowiednio dobranych rodzajów cząsteczek wieloatomowych i odpowiedniej proporcji domieszek wyładowania po krótkim czasie wygaszają się same. Gaszenie następuje na skutek silnego pochłaniania promieniowania ultrafioletowego przez cząsteczki wieloatomowe oraz na skutek tego, że jony cząsteczek wieloatomowych nie wybijają z katody elektronów. Licznik z domieszką gazu wieloatomowego nosi nazwę samogasnącego.

W czasie tego bardzo krótkiego wyładowania przez licznik będzie płynął prąd elektryczny. Prąd ten również będzie płynął przez opór połączony z licznikiem dając na nim krótkotrwały spadek napięcia. Impulsowi prądu wyładowania w liczniku G-M odpowiada więc impuls napięcia na oporze. Opór włączony jest w obwód licznika niezależnie od jego rodzaju. Impuls napięcia przekazywany jest do układu wzmacniającego a następnie zliczającego czyli do przelicznika.

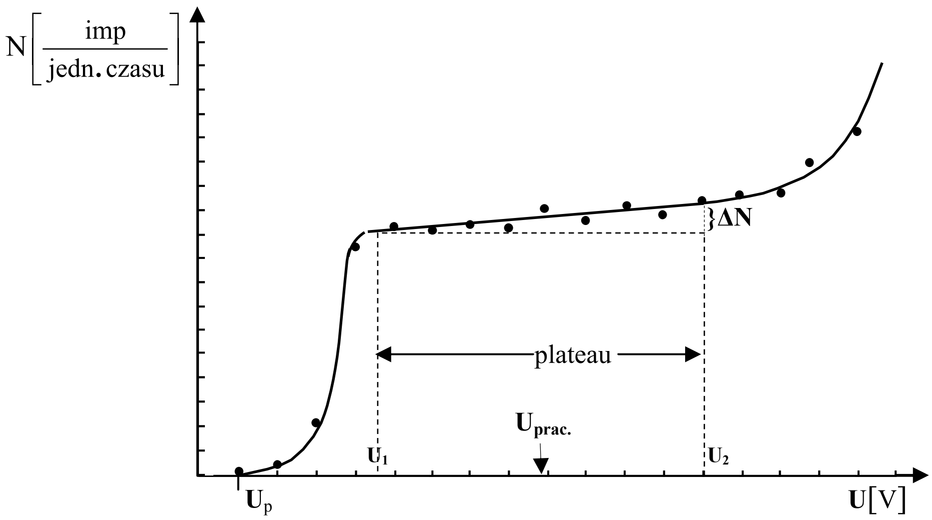
W przypadku licznika G-M amplituda impulsu napięciowego nie zależy od energii straconej przez cząstkę w liczniku tzn. od liczby par jonów wytworzonych przez nią. Dlatego licznik ten służy tylko do rejestracji liczby cząstek, a nie do wyznaczania energii cząstki wpadającej do licznika G-M.

Ważnym parametrem licznika jest czas rozdzielczy licznika. Jest to najmniejszy możliwy odstęp czasu potrzebny na to, żeby dwie cząstki przenikające obszar czynny licznika zostały zarejestrowane jako dwie oddzielne cząstki. Czas rozdzielczy jest sumą czasu martwego i czasu regeneracji. Czas w którym licznik nie reaguje na promieniowanie nazywany jest czasem martwym. Jeśli jony dodatnie dotrą do katody (w jej pobliże), to następne cząstki mogą powodować wyładowanie, ale impulsy od nich będą znacznie mniejsze. Czas po upływie, którego impulsy odzyskują swoja maksymalną wartość nazywamy czasem regeneracji. W układzie, w którym jest bardzo czuły wzmacniacz, czas rozdzielczy często jest równy czasowi martwemu.

Licznik G-M stosuje się zarówno do rejestrowania cząstek jonizujących jak i promieniowania gamma lub rentgenowskiego. Do rejestracji promieniowania X (rentgenowskiego) i promieniowania γ stosuje się liczniki metalowe z cienkościennym okienkiem z miki lub mylaru. Liczniki szklane z zewnętrzną katodą grafitową (tzw. licznik Maze'a) stosuje się do rejestracji promieniowania kosmicznego. W licznikach tych duży opór pomiędzy elektrodami (warstwa szkła) powoduje długi czas rozdzielczy, co powoduje że liczniki te nie mogą rejestrować promieniowania o dużym natężeniu.

b) Charakterystyka licznika G-M, nachylenie „plateau".

Licznik G-M daje zawsze pewną liczbę zliczeń nawet wówczas, kiedy nie ma źródła promieniowania. Impulsy te nazywamy tłem licznika. Tło powstaje głównie jest wpływem promieniowania kosmicznego, w mniejszym stopniu pochodzi od promieniowania pierwiastków zawartych w otoczeniu, niekiedy może być spowodowane wyładowaniem samorzutnym w liczniku. Wielkość tła zależy w dużym stopniu od powierzchni czynnej licznika. W naszym ćwiczeniu nie używamy izotopów promieniotwórczych, czyli zliczenia rejestrowane przez licznik pochodzą od tła.



Rys.2 Charakterystyka licznika Geigera-Müllera

Licznik G-M zaczyna rejestrować cząstki powyżej pewnego napięcia U_p zwanego napięciem progowym licznika. Jeżeli jest on poddany działaniu promieniowania o stałym natężeniu, to liczba zliczeń w jednostce czasu w funkcji przyłożonego napięcia początkowo szybko rośnie, a potem w pewnym przedziale napięcia zmienia się nieznacznie. Zależność liczby impulsów rejestrowanych przez licznik w jednostce czasu od napięcia U przyłożonego do licznika nosi nazwę charakterystyki licznika. Ta część charakterystyki, która wykazuje niewielki wzrost liczby rejestrowanych cząstek wraz ze wzrostem napięcia nosi nazwę „plateau”. Na rys.2 jest to zakres napięć od U_1 do U_2. Im większa jest długość „plateau” (czyli przedział napięć od U_1 do U_2) i im mniejsze tzw. nachylenie „plateau”, tym licznik jest lepszy.

Nachyleniem „plateau” p nazywamy względny przyrost liczby zliczeń przy zmianie napięcia o 100 V

$$p = \frac{N_2 - N_1}{N_2}\frac{100\%}{\frac{\Delta U}{100}} = \frac{\Delta N}{N_2}\frac{10^4\%}{\Delta U} \tag{1}$$

gdzie N_2 jest liczbą impulsów zarejestrowanych przez licznik przy napięciu zasilania U_2 (koniec „plateau”), N_1 jest liczbą impulsów zarejestrowanych przy napięciu zasilania U_1 (początek „plateau”) a $\Delta U = U_2 - U_1$ jest długością „plateau”(we wzorze (1) ΔU jest liczbową wartość napięcia wyrażonego w V, czyli w przypadku tego wzoru jest to liczba niemianowana).

Długość „plateau” wynosi zazwyczaj 100 ÷ 200V, a odległość napięcia progowego U_p do początku „plateau” zazwyczaj kilkadziesiąt woltów. Napięcie pracy U_{prac} licznika G-M wybiera się w połowie „plateau”. Taki wybór podyktowany jest tym, że w tym obszarze licznik jest najmniej wrażliwy na wahania napięcia zasilającego.
Typowa wartość nachylenia wynosi 2-5% na 100V.

VI. Rozkład Poissona

Rozkład Poissona jest przypadkiem granicznym rozkładu dwumianowego (funkcję prawdopodobieństwa otrzymuje się tu jako granicę funkcji prawdopodobieństwa rozkładu dwumianowego) dla dużej próby i małego prawdopodobieństwa sukcesu. Z powodu w/w własności rozkład Poissona nazywa się czasem **prawem małych liczb.** Zmienna losowa X przyjmuje tu wartości dyskretne. Zmienna losowa przyjmuje wartości, których nie można przewidzieć, ponieważ zależy ona od przyczyn losowych. Jeśli zbiór wartości zmiennej losowej jest zbiorem przeliczalnym (lub skończonym), to wówczas mówimy, że zmienna losowa przyjmuje wartości dyskretne.

Zmienna losowa X podlega rozkładowi Poissona z parametrem $\mu > 0$, jeśli zbiorem jej wartości jest $x = \{0,1,2\ldots.\}$ i prawdopodobieństwo przyjęcia przez nią określonej wartości x daje wzór:

$$P_x(X = x) = \frac{\mu^x}{x!}e^{-\mu} \tag{2}$$

gdzie μ jest wartością oczekiwaną (w rozkładzie doświadczalnym równa się średniej arytmetycznej $\bar{x}$).

Wartość oczekiwana μ w rozkładzie Poissona jest również dyspersją D(x) charakteryzującą średni rozrzut wartości doświadczalnych względem wartości oczekiwanej:

$$D(x) = \sigma^2 = \mu \tag{3}$$

σ – odchylenie standardowe lub średni błąd kwadratowy.
W takim razie odchylenie standardowe wynosi:

$$\sigma = \sqrt{\mu} \tag{4}$$

Rozkład Poissona jest rozkładem jednoparametrowy ponieważ funkcja prawdopodobieństwa (2) zależy tylko od wartości μ. Rozkład ten jest rozkładem nieciągłym i wyraźnie asymetrycznym. Dla dostatecznie dużych wartości μ (w praktyce dla $\bar{x} \gg 10$) rozkład Poissona dąży do rozkładu normalnego (rozkładu Gaussa) i staje się symetrycznym. Dla $\overline{x} < 10$ rozkład otrzymywany jest rozkładem Poissona.

Rozkład Poissona odnosi się do przypadku, kiedy ustalone są położenia przedziałów pomiarowych np. czasowych, przestrzennych. Np. korzystając z licznika G-M rejestruje się w ustalonym czasie pewną ilość cząstek promieniowania. Powtarzając pomiar wielokrotnie i zachowując ten sam czas pomiaru otrzymuje się różne ilości N zarejestrowanych cząstek. Jeśli rejestrowana w czasie Δt liczba cząstek nie jest zbyt duża, histogram doświadczalny będzie wyglądał tak jak na rys. 3.

Prawdopodobieństwo wystąpienia liczby N impulsów w ustalonym czasie wg rozkładu Poissona podaje wzór (2), który przy ogólnie przyjętych oznaczeniach przybierze postać

$$P(N) = \frac{\overline{N}^{N}}{N!} e^{-\overline{N}} \tag{5}$$

W ostatnim wzorze przyjęliśmy, że $\mu = \overline{N}$ ($\overline{N}$ oznacza średnią liczbę rejestrowanych cząstek w n pomiarach). Wykorzystując pomiary doświadczalne możemy tę wartość znaleźć ze wzoru:

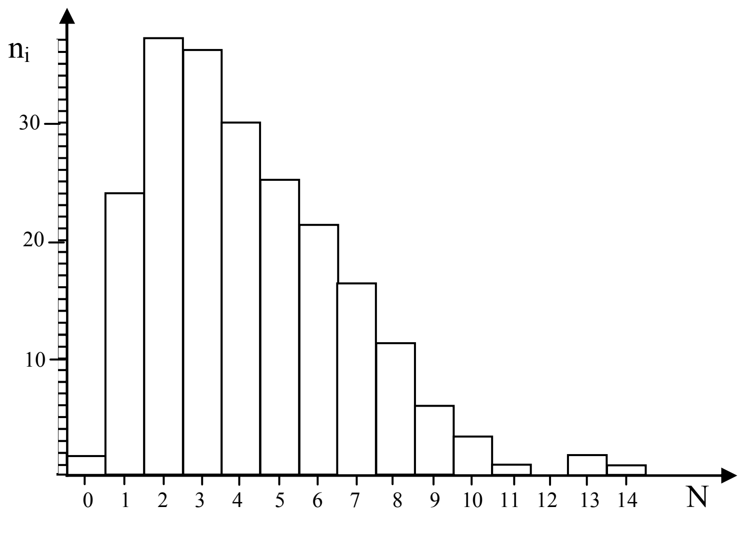
$$\overline{N} = \frac{\sum_{i=1}^{j} n_i N}{n} \tag{6}$$

gdzie j oznacza ilość przedziałów histogramu, N – liczbę zarejestrowanych cząstek w ustalonym czasie, n_i – liczbę przypadków odpowiadających danej liczbie N a $n = \sum_{i=1}^{j} n_i$ jest liczbą wykonanych pomiarów.

Teoretyczną liczbę przypadków odpowiadających danemu przedziałowi (a tym samym danemu N) obliczamy ze wzoru

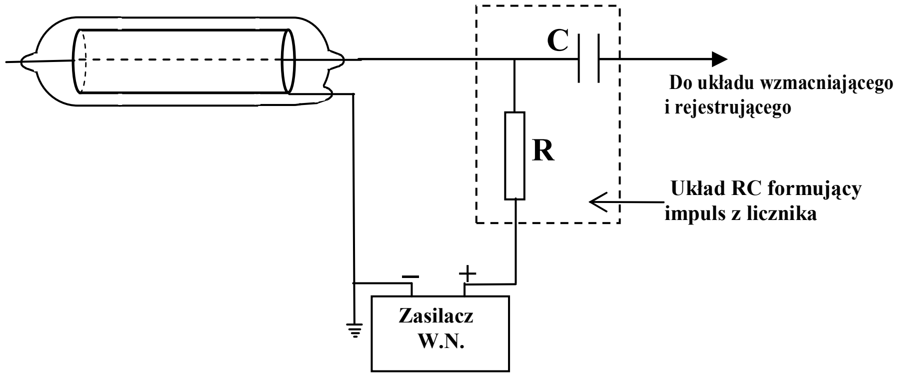
$$n_i^o = P(N) \cdot n \tag{7}$$

Nanosząc wartości n_i^o na ten sam wykres otrzymamy rozkład teoretyczny Poissona, który umożliwi porównanie stopnia zgodności rozkładu teoretycznego z doświadczalnym. Weryfikację założonego rozkładu przeprowadza się dodatkowo przy użyciu testu χ^2.



Rys.3 Histogram doświadczalny dla rozkładu Poissona; N – liczba zarejestrowanych cząstek w ustalonym czasie, n_i – liczba pomiarów, w których otrzymano N rejestracji.

VII. Układ Pomiarowy



Rys.4 Schemat układu pomiarowego do zdejmowania charakterystyki licznika G-M i wyznaczania rozkładu Poissona.

VIII. Pomiary

Część 1

W pierwszej części ćwiczenia wykonuje się charakterystykę licznika G-M (patrz rozdział V.*b*), wyznacza długość „plateau", określa napięcie pracy licznika.

1. Czas pomiaru ustawić w granicach 50s – 100s. Wyboru czasu dokonać wciskając odpowiednie klawisze na płycie czołowej przelicznika.
2. Znaleźć takie napięcie zasilające, aby licznik rejestrował kilka zliczeń w ciągu ustalonego czasu w punkcie pierwszym (znaleźć próg geigerowski).
3. Następnie zwiększając napięcie skokowo co 20 V notować liczbę zliczeń N w ustalonym czasie przy danym napięciu U.
4. Pomiary kontynuować do momentu kiedy zliczenia zaczną szybko narastać. Jeśli liczba zliczeń przekroczy dwukrotnie liczbę zliczeń z obszaru „plateau" dalsze podwyższanie napięcia grozi uszkodzeniem licznika. Wyniki można zanotować w tabeli 1.

Tabela 1

L.p.	U [V]	N [imp/jed.czas.]
1		
2		
⋮		

Część 2 - rozkład Poissona

W drugiej części ćwiczenia rejestruje się przy danym napięciu U zasilania licznika G-M ilość impulsów w ustalonym przedziale czasowym.

1. Ustawić czas zliczania impulsów w granicach 1 – 2 s;
2. Wybrać takie napięcie zasilające, aby średnia liczba zliczeń w ustalonym czasie wynosiła 3÷5. Najbardziej odpowiednią wartością napięcia jest napięcie ze środka plateau. Może się jednak okazać, że napięcie musi być mniejsze, by spełnić wspomniany warunek.
3. Pomiar zaznaczyć kreską umieszczoną we właściwym polu tabeli 2, np. jeśli otrzymano 2 zliczenia kreskę postawić w trzecim wierszu trzeciej kolumny. Powtarzać pomiar kilkadziesiąt razy (większa liczba pomiarów zmniejsza znaczenie fluktuacji).

Tabela 2

<table>
<tr><th>i</th><th>N</th><th>n_i</th><th>n_i</th></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>|||</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td><td>|||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td><td>||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||</td><td></td></tr>
<tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>j – 1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>j</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

n_i – zaznaczony kreską (liczbą) pomiar, w którym otrzymano N zliczeń.

IX. Opracowanie pomiarów

1. Na podstawie pomiarów otrzymanych w części 1 wykreślić charakterystykę licznika G-M, zaznaczając niepewności pomiarowe na wykresie.
   Jeśli dla danego napięcia U wykonano tylko jeden pomiar, otrzymując N zliczeń, to wówczas przyjmuje się $\overline{N} = N$ i niepewność pomiaru wynosi $\sigma = s_N = \sqrt{N}$.
   Określić długość „plateau" $\Delta U = U_2 - U_1$, podać napięcie pracy $U_{prac.}$ dla tego licznika, obliczyć nachylenie „plateau" p zgodnie ze wzorem (1).
2. Na podstawie pomiarów otrzymanych w części 2 wykreślić histogram doświadczalny (patrz rys.3). W tym celu najlepiej otrzymane wyniki zapisać i pogrupować w tabeli 3.

Tabela 3

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Przedział i	Liczba rejestrowanych cząstek N	Krotność wystąpienia n_i	$N \cdot n_i$	P(N)	$n_i^o = nP(N)$
1	0				
2	1				
3	2				
⋮					
j					
		$n = \sum_{i=1}^{j} n_i$	$\sum_{i=1}^{j} N \cdot n_i$		

   Korzystając z tej tabeli obliczyć ze wzoru (6) wartość średnią $\overline{N} = \overline{N}_{dośw.}$ oraz P(N) ze wzoru (5). P(N) jest prawdopodobieństwem zarejestrowania N cząstek przy określonym $\overline{N}_{dośw.}$.
   Obliczenia wartości P(N) najwygodniej przeprowadzić korzystając np. z programu **Excel** i funkcji statystycznej ***rozkład Poisson*** [składnia funkcji: rozkład Poisson (x; średnia $\overline{x}$; 0)].
   To prawdopodobieństwo można również odczytać z tabeli umieszczonej w [7]. Kolumna 6 tabeli 3 podaje teoretyczną krotność zarejestrowania N cząstek przy $\overline{N}_{dośw.}$ (patrz wzór (7)).
3. Na tym samym rysunku co histogram doświadczalny umieścić punkty obliczone zgodnie z rozkładem teoretycznym Poissona (ostatnia kolumna tabeli 3).
4. Przeprowadzić dyskusję wyników.