

# SKŁADANIE DRGAŃ WZAJEMNIE PROSTOPADŁYCH

- I. Cel ćwiczenia:** zapoznanie ze składaniem drgań wzajemnie prostopadłych.
- II. Przyrządy:** oscyloskop elektroniczny STD - 501XY, dwa generatory RC PO-20, częstotłomierz cyfrowy PFL-30, przesuwniki fazowe.
- III. Literatura:** J. Rydzewski Oscyloskop elektroniczny, Wyd 3.

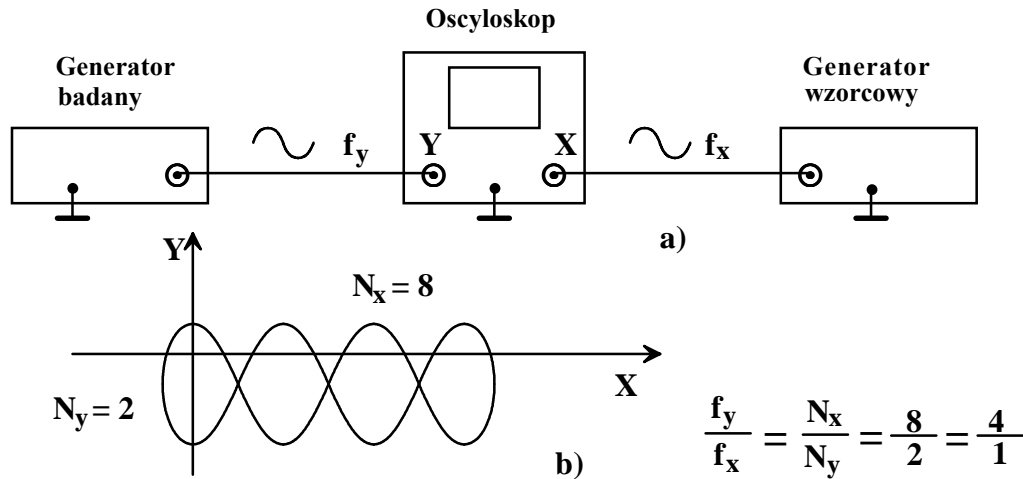
## IV. Wprowadzenie

Właściwości składania drgań wzajemnie prostopadłych, a w szczególności powstawanie tzw. figur Lissajous i cykloid wykorzystywane były w przeszłości do precyzyjnych pomiarów częstotłocy sygnałów sinusoidalnie zmiennych w czasie. Rozwój elektroniki spowodował, iż porównawcze metody pomiaru częstotłocy w rodzaju metody figur Lissajous i metody cykloid nie są już stosowane w praktyce laboratoryjnej, a częstotłoc mierzy się wyłącznie częstotłociomierzami cyfrowymi. Niemniej z poznawczego punktu widzenia zagadnienie składania drgań wzajemnie prostopadłych pozostaje nadal zagadnieniem interesującym, a najprostszy sposób obserwacji superpozycji takich drgań to obserwacja za pomocą oscyloskopu. Zatem przed przystąpieniem do tego ćwiczenia należy zapoznać się z zasadą działania i budową oscyloskopu, wyposażonego w lampę o odchyłaniu elektrostatycznym.

### IV.1 Metoda figur Lissajous

Doprowadzając jednocześnie do płytek odchyłania pionowego i poziomego napięcia sinusoidalne o wzajemnym stosunku częstotłocy równym stosunkowi liczb całkowitych otrzymamy na ekranie lampy oscyloskopowej złożoną figurę zwaną figurą Lissajous. Nazwa figur pochodzi od nazwiska profesora Lissajous z Tuluzy, który w 1855 r. uzyskał tego rodzaju figury za pomocą wirujących zwierciadeł. Na podstawie kształtu tych figur można określić stosunek częstotłocy obu tych sygnałów i kąt fazowy między nimi (patrz przypis). Jeżeli stosunek obu częstotłocy jest stały i równy liczbie całkowitej lub stosunkowi dwu liczb całkowitych, wtedy obraz figury jest nieruchomy. Nawet minimalne odchylenie stosunku częstotłocy od stosunku dwu liczb całkowitych powoduje obrót obrazu figury z szybkością proporcjonalną do wartości odchylenia. Na rysunku 1 przedstawiony jest schemat układu pomiarowego i rysunek objaśniający zasadę określania stosunku częstotłocy.

Stosunek częstotłocy oblicza się ze stosunku liczby przecięć pomyślanej linii pionowej z obrazem figury do liczby przecięć linii poziomej. Obie linie powinny być tak prowadzone, aby nie przechodziły przez punkty węzłowe obrazu.



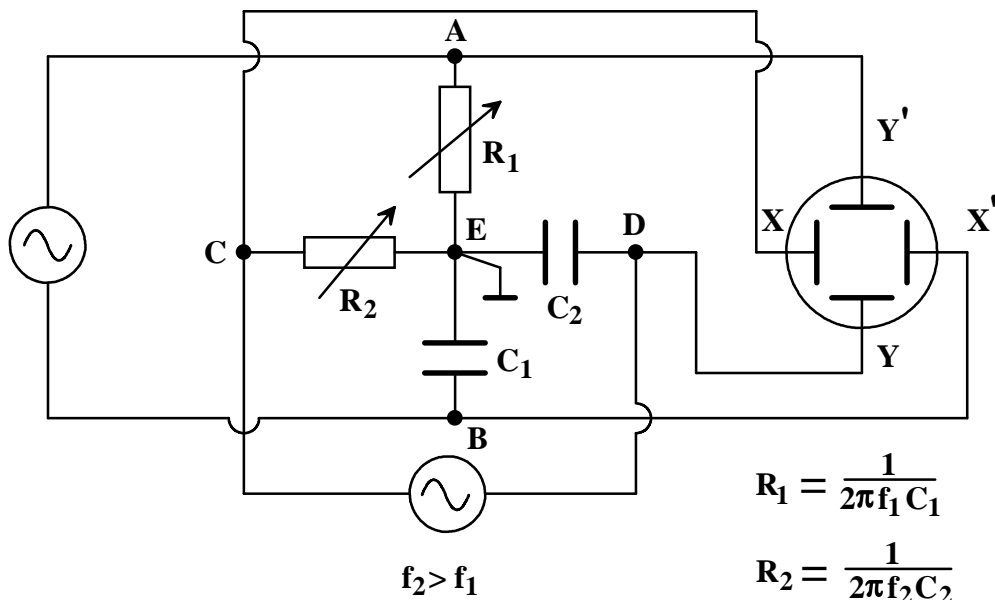
**Rys.1** Pomiar częstotliwości sygnałów sinusoidalnych za pomocą figur Lissajous: **a)** układ pomiarowy, **b)** sposób obliczania stosunku częstotliwości

**IV.2 Metoda cyklloid**

Przy dużym stosunku porównywanych częstotliwości trudno jest uzyskać na ekranie nieruchomy obraz figury Lissajous. Niewielki dryft częstotliwości jednego ze źródeł powoduje, że obraz na ekranie zmienia kształt i jak gdyby obraca się w płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni ekranu. Dlatego też w pomiarach dużych stosunków częstotliwości wykorzystuje się obrazy krzywych cykloidalnych.

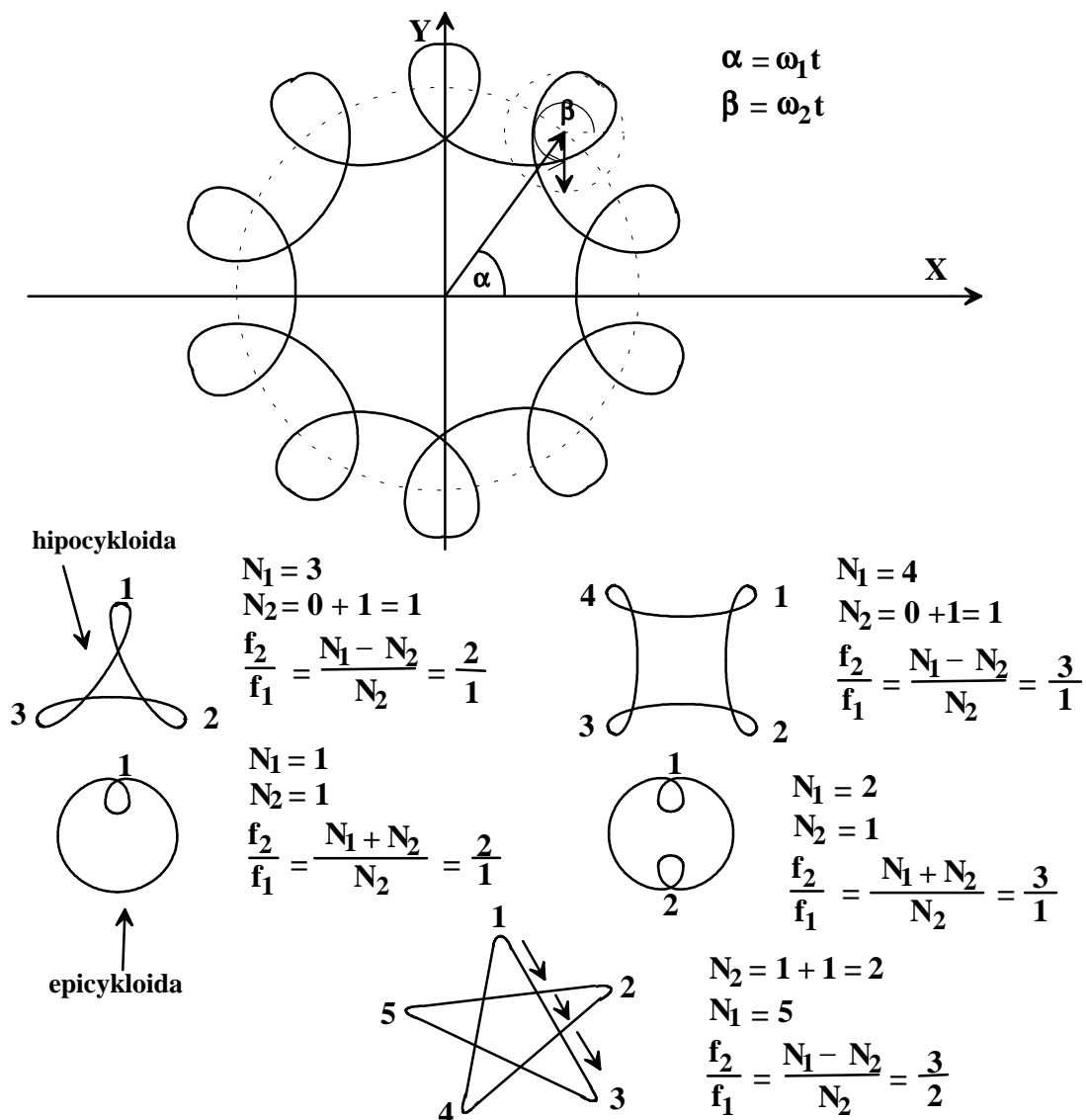
Dryfem częstotliwości sygnału na wyjściu danego układu elektronicznego nazywamy samoczynne zmiany częstotliwości, związane z niestabilnością poszczególnych elementów, wpływem temperatury itd.

Rozpatrzmy działanie najprostszego układu do otrzymywania cyklloid, którego schemat przedstawiony jest na rys. 2.



**Rys. 2** Najprostszy układ pomiarowy stosunku częstotliwości metodą cyklloid. Układ ten wymaga użycia oscyloskopu i generatorów (źródeł częstotliwości) o wejściach (wyjściach) symetrycznych: "+" i "-".

Układ ten, złożony ze źródła badanego sygnału, generatora wzorcowego, oscyloskopu i dwu przesuwników fazowych RC, dających stałe i niezależne od częstotliwości przesunięcie fazowe  $\pi/2$  między napięciami w punktach **A** i **B** oraz odpowiednio **C** i **D**. Potencjometry  $R_1$  i  $R_2$  służą do wyrównywania spadków potencjałów w punktach **A** i **B** oraz **C** i **D**. Sygnał z każdego z generatorów, po przejściu przez przesuwnik fazowy wytwarza na ekranie lampy oscyloskopowej figurę Lissajous w kształcie okręgu, o ile pracuje tylko jeden z generatorów. Jeżeli natomiast pracują obydwa generatory jednocześnie, to w płaszczyźnie ekranu dokonywana jest superpozycja dwóch drgań kołowych, odpowiadającym różnym częstotliwościom. Dla stosunku częstotści równemu stosunkowi liczb całkowitych lub liczbie całkowitej będziemy obserwować nieruchomy obraz krzywej zwanej cykloidą - niewielki dryft częstotści jednego ze źródeł będzie powodował obrót całego obrazu w płaszczyźnie ekranu bez zmiany jego kształtu. W zależności od tego, czy pętle przebiegu na ekranie zawijają się do środka czy na zewnątrz figury mówimy, że obserwujemy epicykloidę lub hipocykloidę i stosujemy nieco inną metodę obliczania częstotści.



**Rys. 3** Powstawanie hipocykloidy w wyniku złożenia dwóch drgań kołowych częstotliwościach  $\omega_1$  i  $\omega_2$  ( drganie o większej częstotliwości posiada mniejszą amplitudę ) i przykłady cykloid odpowiadających różnym stosunkom częstotści oraz różnym stosunkom amplitud.

Dla hipocykloidy liczymy skrajne zewnętrzne punkty i oznaczamy ich liczbę przez  $N_1$  (patrz rys.3), zaś w przypadku epicykloidy liczymy wewnętrzne punkty przebiegu. Następnie określamy, ile tych skrajnych punktów omijamy przechodząc po cykloidzie z dowolnie wybranego punktu skrajnego do następnego punktu, ale poruszając się zgodnie z biegiem wiązki elektronów w lampie oscyloskopowej. Do otrzymanego wyniku dodajemy "1" i liczbę tę oznaczamy przez  $N_2$ .

Stosunek częstości wynosi dla **hipocykloidy**:

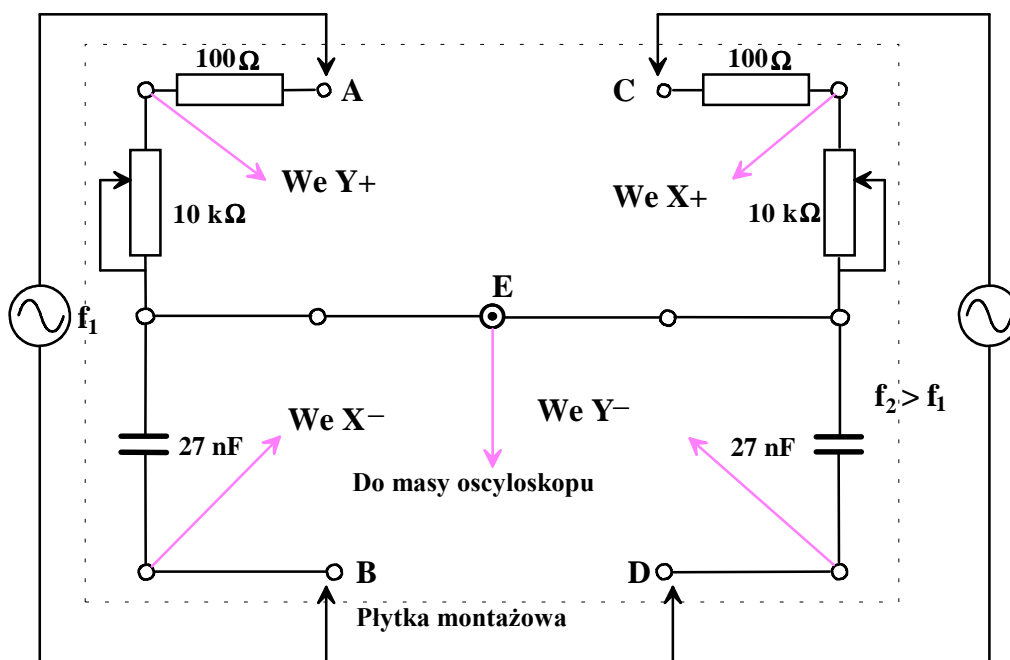
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{N_1 - N_2}{N_2}, \quad (1)$$

dla **epicykloidy**:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{N_1 + N_2}{N_2}. \quad (2)$$

## V. Pomiary

- 1▪ Za pomocą częstotściomierza ustalić częstość sygnału wyjściowego I generatora na 1 kHz. Od tego momentu generator ten przyjmuje funkcję generatora wzorcowego. Zbadać zakres stosowności metody figur Lissajous dla częstości wzorcowej 1 kHz, oszacować dokładność tej metody, dokładność skalowania II generatora, porównując wyniki ze wskazaniem częstotściomierza. Wykonać również pomiar częstości oscyloskopem (dla kilku wartości częstości). Oszacować błąd pomiaru.
- 2▪ Powtórzyć pomiary, wymienione w punkcie 1§ stosując metodę cykloid. Schemat płytki montażowej do otrzymywania cykloid przedstawia rysunek 4



**Rys. 4** Schemat połączeń wewnętrznych i zewnętrznych (→) układu do otrzymywania cykloid na ekranie oscyloskopu. Zamiana połączeń (We -Y) → (We+X) lub (We-X) → (We+Y) powoduje zmianę typu cykloidy. Generatory RC nie mogą być ani uziemione, ani połączone z przewodem zerowym sieci zasilającej.

W celu ułatwienia pomiarów regulować przesuwники fazowe oddzielnie dla każdego z generatorów włączając kolejno I i II generator tak, aby uzyskać przy jednym pracującym generatorze kołową podstawę czasu. Po uzyskaniu stabilnego obrazu cykloidy dokonać precyzyjnej regulacji

przesuwników. Aby obraz był bardziej czytelny, można także zmieniać wzajemny stosunek napięć wyjściowych z generatorów. Przerysować najbardziej charakterystyczne formy cykloid. Przeprowadzić porównanie obu metod - metody figur Lissajous i metody cykloid.

- 3▪ Zapoznać się z metodą modulacji świetlnej (modulacja Z, patrz przypis B).

## **VI. Zagadnienia**

- 1▪ Jakie są główne źródła błędów przy mierzeniu częstości oscyloskopem o skalowanej podstawie czasu?
- 2▪ Jaki kształt będzie posiadała figura Lissajous dla stosunku częstości 2:1 i przesunięciach fazowych  $0^\circ$  i  $\pi/2$  ?
- 3▪ Kiedy na ekranie oscyloskopu powstanie epicykloida, a kiedy hipocykloida?

**PRZYPIS A**

Jeżeli do układu odchylenia X i układu odchylenia Y przyłożymy zmienne napięcie  $U_x$  i  $U_y$  o jednakowej amplitudzie  $U_o$ , częstościach kołowych  $\omega_x$  i  $\omega_y$  oraz wzajemnym przesunięciu fazowym

$$U_x = U_o \sin(\omega_x t)$$

$$U_y = U_o \sin(\omega_y t + \varphi),$$

to równania ruchu plamki świetlnej na ekranie będą opisane równaniami

$$X = A_x \sin(\omega_x t) \quad (1)$$

$$Y = A_y \sin(\omega_y t + \varphi), \quad (2)$$

gdzie A jest iloczynem czułości toru odchylenia, wyrażonej w cm/V przez napięcie przyłożone do wejścia oscyloskopu.

Załóżmy, że  $A_x = A_y$ ,  $\omega_x = \omega_y$  i  $\varphi = \pi/2$ . Podnosząc równania (1) i (2) do kwadratu i dodając stronami otrzymamy równanie okręgu

$$X^2 + Y^2 = A^2$$

Podstawiając odpowiednio  $\varphi = \pi$  i  $\varphi = 0$  otrzymamy równania prostych, nachylonych pod kątami  $135^\circ$  i  $45^\circ$  do osi X.

W przypadku innych wartości  $\varphi$  na ekranie oscyloskopu będziemy obserwowali elipsę, z parametrów której możemy wyznaczyć wartość przesunięcia fazowego ( patrz przypis do instrukcji **E-20A**)

**PRZYPIS B**

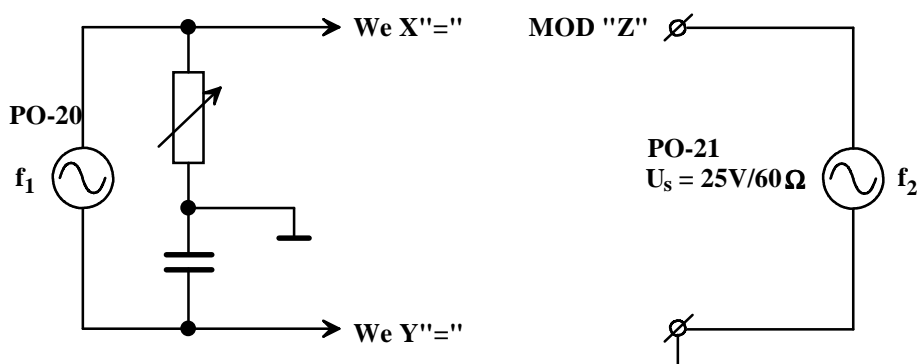
**Metoda modulacji świetlnej ( modulacji Z )**

Na tylnej ścianie oscyloskopu STD-501XY znajduje się gniazdo opisane symbolem "MOD Z". Gniazdo to jest połączone z tzw cylindrem Wehnelta czyli siatką sterującą działa elektronowego lampy oscyloskopowej. Zmieniając potencjał siatki sterującej zwiększamy lub zmniejszamy natężenie wiązki elektronów a tym samym i jasność obrazu na ekranie oscyloskopu. Tak więc doprowadzając do siatki sterującej zmienne napięcie modulujemy natężenie wiązki elektronów. Zjawisko to może być wykorzystane do pomiaru czasu i częstości w dwojaki sposób.

Jeśli napięciem modulującym będzie prostokątna fala napięcia lub periodyczny ciąg impulsów prostokątnych o odpowiednio dobranych parametrach, to obraz dowolnego przebiegu impulsowego będzie rysowany naprzemian występującymi odcinkami o różnej jasności - mówimy wówczas o metodzie znaczników czasu, gdyż długość rozjaśnionego odcinka jest jednoznacznie określona czasem trwania pojedynczego impulsu prostokątnego.

W przypadku pomiarów częstości napięć sinusoidalnie zmiennych w czasie najdogodniej jest modulować wiązkę elektronów, która rysuje na ekranie obraz okręgu, przy czym napięciem modulującym może być również napięcie sinusoidalnie zmienne.

W celu praktycznego zapoznania się z tą metodą należy połączyć przyrządy według schematu przedstawionego na rysunku poniżej, wykorzystując jeden z przesuwników fazowych układu do otrzymywania cykloid.



Generator mocy PO-21 przełączamy na zakres napięcia 25V/60W, natomiast pokrętko "JASNOŚĆ" oscyloskopu ustawiamy w takim położeniu, aby jasność obrazu (bez modulacji Z) była minimalna.

Zmieniając częstość napięcia wyjściowego ( $U_s = 25V$ ) generatora PO-21 staramy się uzyskać na ekranie oscyloskopu nieruchomy bądź obracający się z niewielką prędkością kątową obraz okręgu podzielonego na jaśniejsze i ciemniejsze odcinki łuku. Znając częstości obu napięć  $f_1$  i  $f_2$  możemy określić zarówno formułę pomiaru częstości tą metodą, jak i jej dokładność

