

Pomiar oporności i indukcyjności metodą mostkową

- I. Cel ćwiczenia:** Ocena dokładności pomiaru oporności mostkiem Wheatstone'a, pomiar nieznannej oporności i indukcyjności mostkiem Andersona.
- II. Przyrządy:** Płytką montażowa mostka Andersona, zasilacz stabilizowany 0-20V, transformator bezpieczeństwa 220V/24V, opornik zabezpieczający 2kΩ, dwa oporniki dekadowe, multimetr cyfrowy, oporniki wzorcowe 100Ω i 1kΩ, indukcyjność dekadowa.
- III. Literatura:**
1. Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M. „Feynmana wykłady z fizyki” ; PWN Warszawa 1968, t. I cz.1 rozdz.22, t. II cz.2 rozdz. 22;
 2. Dyszyński J., Hagel R., „Miernictwo elektryczne” Wyd. Szkolne i Pedagog., Warszawa 1985.

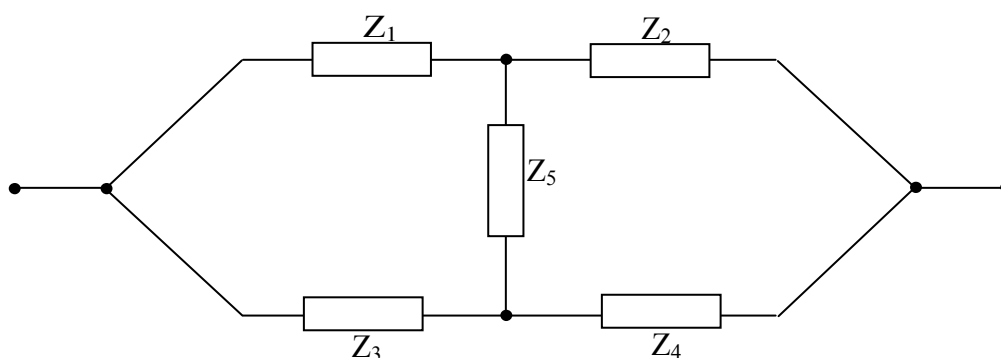
IV. Wprowadzenie

Jedną z najczęściej stosowanych metod pomiaru oporności, indukcyjności i pojemności jest metoda mostkowa. Mostkiem nazywamy w ogólnym przypadku układ elektryczny, przedstawiony schematycznie na rys.1, gdzie symbolami Z_1, Z_2, \dots, Z_5 oznaczone elementy o określonej impedancji [1].

Mostek, dla którego spełniony jest warunek

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (1)$$

nazywamy mostkiem zrównoważonym w przeciwieństwie do mostka niezrównoważonego, dla którego $Z_1 Z_4 \neq Z_2 Z_3$.



Rys.1 Ogólny schemat układu mostkowego

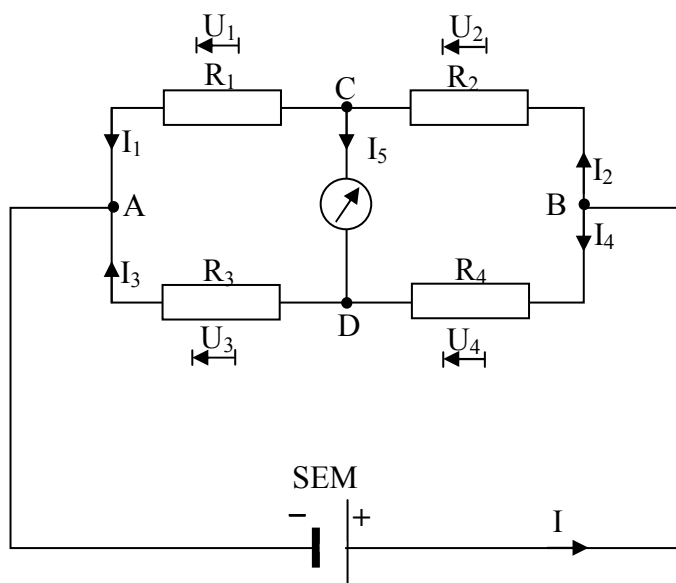
IV.1 Mostek Wheatstone'a.

Mostek Wheatstone'a (rys.2) jest najprostszym rodzajem mostka przeznaczonym do porównywania i pomiaru oporności rzeczywistych. Stanem równowagi (zrównoważenia) mostka nazywamy stan, w którym natężenie prądu w gałęzi CD staje się równe zero, tj. gdy potencjały punktów C i D są sobie równe. Wówczas, zgodnie z oznaczeniami z rys.2 możemy napisać:

$$I_1 = I_2 \quad , \quad I_3 = I_4$$

$$U_1 = I_1 R_1 = U_3 = I_3 R_3 \quad (2)$$

$$U_2 = I_2 R_2 = U_4 = I_4 R_4 \quad (3)$$



Rys.2 Schemat mostka Wheatstone'a

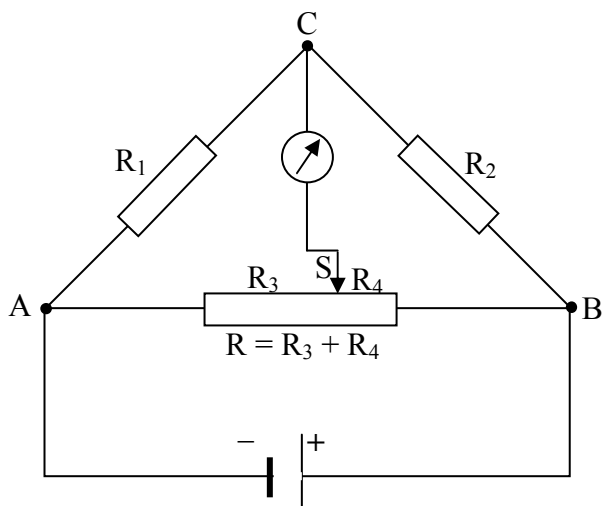
Dzieląc stronami przez siebie równania (2) i (3) otrzymujemy warunek równowagi mostka:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (4)$$

lub w przypadku ogólnym (rys.1) $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$.

Z warunków (1) i (4) wynika, iż znając wartości trzech występujących w nich wielkości lub znając jedną z nich i wartość stosunku dwóch pozostałych możemy wyznaczyć wartości czwartej wielkości.

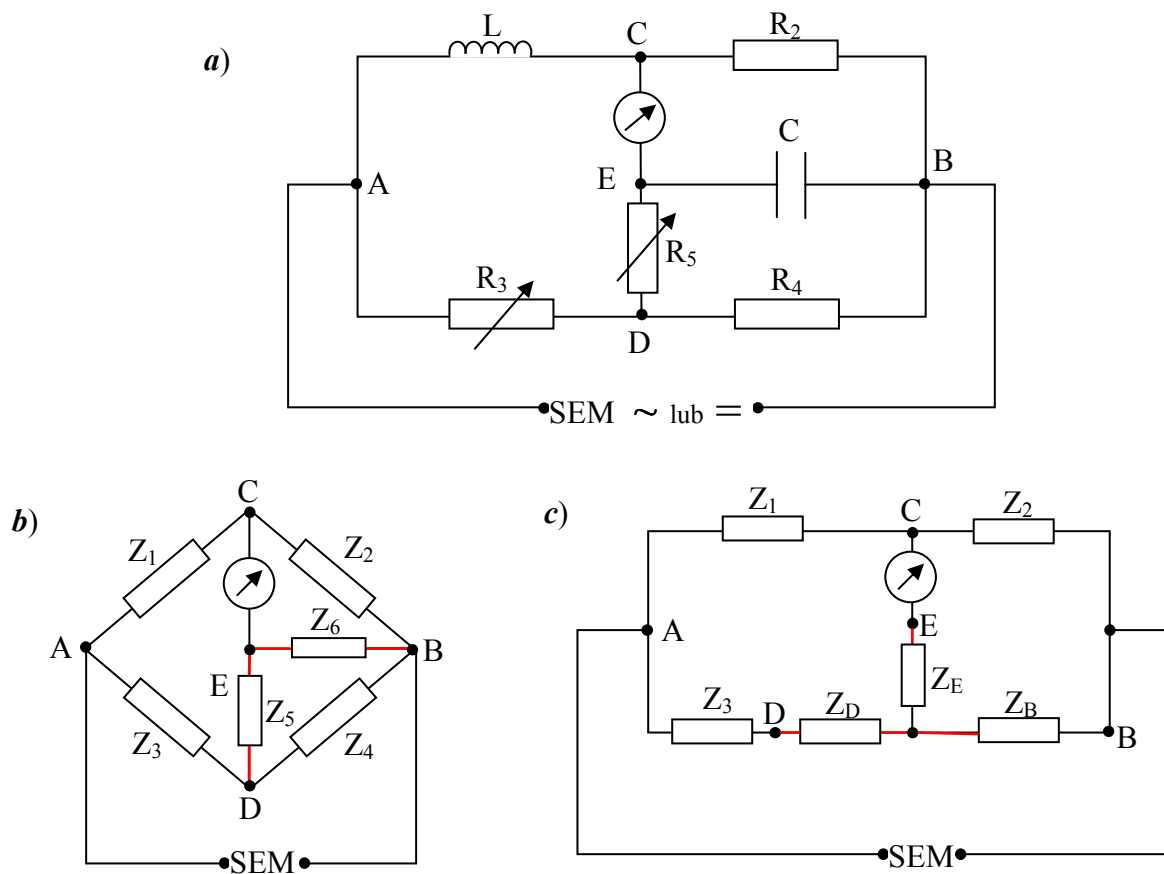
Najprostszy mostek Wheatstone'a zbudować możemy z opornika wzorcowego, dwu oporników dekadowych, źródła prądu stałego oraz czułego miernika natężenia prądu lub napięcia jako wskaźnika równowagi. Dwa oporniki dekadowe zastąpić możemy jednym potencjometrem precyzyjnym. Schemat mostka z potencjometrem przedstawia rys.3.



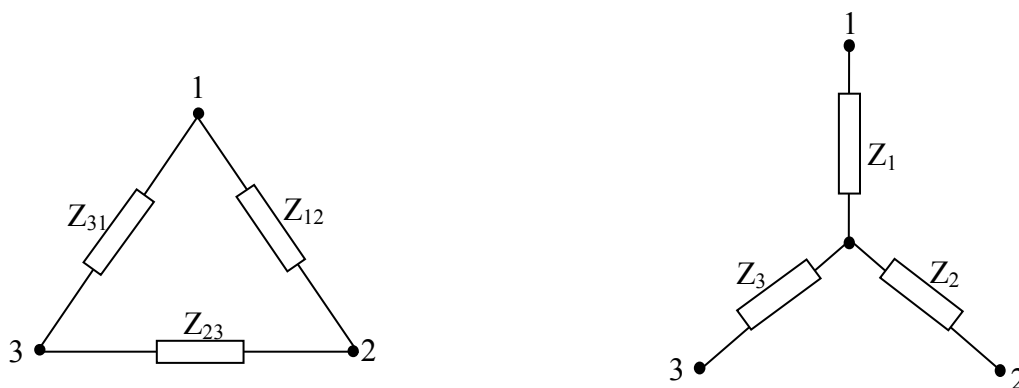
Rys.3 Mostek Wheatstone'a z liniowym potencjometrem precyzyjnym. Położenie suwaka S w stanie równowagi wyznacza wartość stosunku oporności R_3/R_4 z rys.2 (porównaj z opisem ćwiczenia E-36).

IV.2 Mostek Andersona.

Mostek Andersona, przedstawiony schematycznie na rys.4a przeznaczony jest do mierzenia indukcyjności lub pojemności.



Rys.4 Mostek Andersona i jego równoważne sobie schematy zastępcze.



Rys.5 Połączenie trzech elementów w gwiazdę i w trójkąt.

Aby w stosunkowo prosty sposób wyprowadzić wzór na warunek równowagi tego mostka należy przekształcić jego elektryczny schemat zastępczy w dogodniejszy do analizy schemat równoważny. Można to uczynić korzystając z twierdzenia o równoważności układów połączeń: dwa układy połączeń o tych samych zaciskach (gniazdkach, wyprowadzeniach elektrycznych) zewnętrznych nazywamy równoważnymi, jeśli impedancje mierzone między każdymi dwoma odpowiadającymi sobie w obu układach zewnętrznymi zaciskami są jednakowe. W szczególności mogą być sobie równoważne układy trzech elementów połączonych w „gwiazdę” i w „trójkąt” (rys.5). Układy te są równoważne, jeśli impedancje mierzone między zaciskami 1 i 3, 3 i 2 oraz 1 i 2 są takie same. Oznacza to, że

$$Z_1 + Z_3 = \frac{1}{\frac{1}{Z_{31}} + \frac{1}{Z_{12} + Z_{23}}} = \frac{(Z_{12} + Z_{23})Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}};$$

$$Z_3 + Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{Z_{23}} + \frac{1}{Z_{12} + Z_{31}}} = \frac{(Z_{31} + Z_{12})Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}};$$

$$Z_2 + Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{23} + Z_{31}}} = \frac{(Z_{23} + Z_{31})Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}};$$

Stąd otrzymujemy

$$Z_1 = \frac{Z_{12}Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}; \quad (5)$$

$$Z_2 = \frac{Z_{23}Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}; \quad (6)$$

$$Z_3 = \frac{Z_{31}Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}; \quad (7)$$

Połączenie elementów Z_4 , Z_5 i Z_6 w trójkąt DEB (rys.4b) zastępujemy równoważnym połączeniem impedancji Z_D , Z_E i Z_B w gwiazdę (rys.4c) otrzymując tym samym układ zbliżony do układu z rysunku 1.

Na mocy wzoru 6 i 7 możemy napisać:

$$Z_D = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5 + Z_6} \quad (8)$$

$$Z_B = \frac{Z_4 Z_6}{Z_4 + Z_5 + Z_6} \quad (9)$$

Jak wynika z ogólnego warunku równowagi mostka (1) mostek Andersona jest zrównoważony, gdy

$$Z_1 Z_B = Z_2 (Z_3 + Z_D) \quad (10)$$

co po uwzględnieniu (8) i (9) daje zależność:

$$Z_6 (Z_1 Z_4 - Z_2 Z_3) = Z_2 (Z_4 Z_5 + Z_3 Z_5 + Z_3 Z_4) \quad (11)$$

Korzystając z teorii liczb zespolonych i podstawiając

$$Z_1 = R_1 + i\omega L, \quad Z_2 = R_2, \quad Z_3 = R_3, \quad Z_4 = R_4, \quad Z_5 = R_5, \quad Z_6 = -i/(\omega C),$$

gdzie i jest jednostką urojoną $i^2 = -1$ [1], a ω częstością kołową (kątową) otrzymujemy bardziej szczegółowy warunek równowagi

$$\frac{L}{C} R_4 - \frac{i}{\omega C} (R_1 R_4 - R_2 R_3) = R_2 (R_4 R_5 + R_3 R_5 + R_3 R_4) \quad (12)$$

który jest w istocie rzeczy warunkiem podwójnym, gdyż dwie liczby zespolone są sobie równe wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi równość ich części rzeczywistych i urojonych.

A zatem ostatecznie

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (13)$$

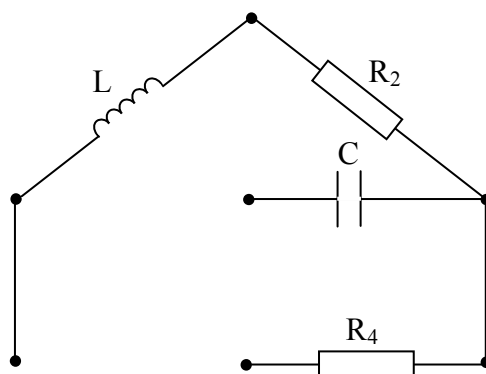
i

$$\frac{L}{C} = \frac{R_2}{R_4} (R_4 R_5 + R_3 R_5 + R_3 R_4) \quad (14)$$

Jak łatwo zauważyć (13) jest warunkiem równowagi dla prądu stałego, a (14) – warunkiem zrównoważenia mostka Andersona zasilanego prądem zmiennym przy jednoczesnym spełnieniu warunku (13).

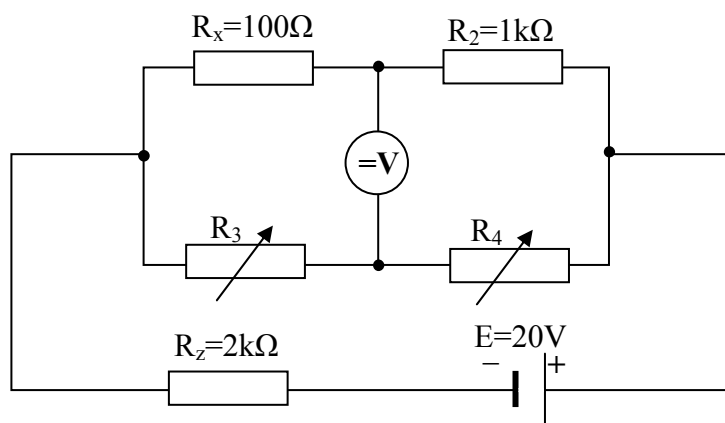
V. Pomiary

1. Zmierzyć multimetrem cyfrowym wartość oporności R_2 i R_4 oraz pojemności C , znajdujących się na płytce montażowej mostka (rys.6).



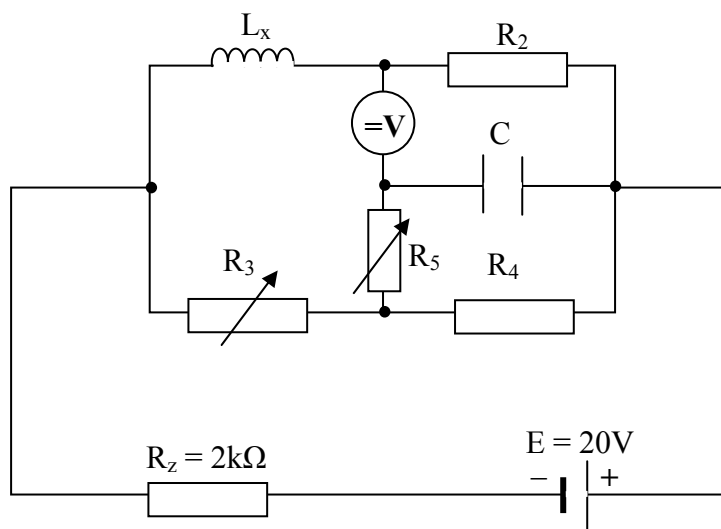
Rys.6 Schemat połączeń wewnętrznych płytki montażowej.

2. Zbudować mostek Wheatstone'a (rys.7) z multimetrem cyfrowym jako wskaźnikiem równowagi, opornikiem wzorcowym $1\text{k}\Omega$ jako wzorcem oporności i opornikiem wzorcowym 100Ω pełniącym funkcję nieznannej oporności. Wyznaczyć doświadczalnie wartość rzeczywistą opornika wzorcowego 100Ω równoważąc mostek dla następujących oporności R_4 : 100Ω , 500Ω , 1000Ω , 5000Ω i 10000Ω . Podczas pomiarów zwrócić szczególną uwagę na odpowiedni dobór zakresów pomiarowych multimetru, a mostek zasilać napięciem 20V z zasilacza stabilizowanego poprzez opornik zabezpieczający $R_z = 2\text{k}\Omega$.

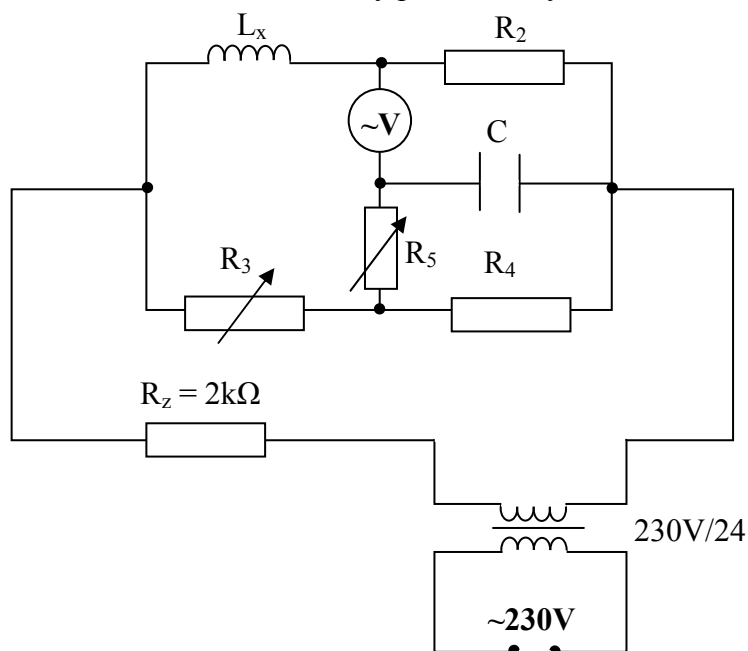


Rys.7 Układ pomiarowy z mostkiem Wheatstone'a.

3. Zbudować mostek Andersona (rys.8) zasilany napięciem stałym 20V . Zrównoważyć mostek dobierając odpowiednio wartość oporności R_3 ; wartość oporności R_5 ustawić na zero. Zamienić zasilacz stabilizowany na transformator bezpieczeństwa $230\text{V}/24\text{V}$ (rys.9) i przełączyć multimetr na pomiar napięcia zmiennego. Zrównoważyć powtórnie mostek dobierając odpowiednio wartość oporności R_5 (**oporności R_3 nie zmieniamy**).

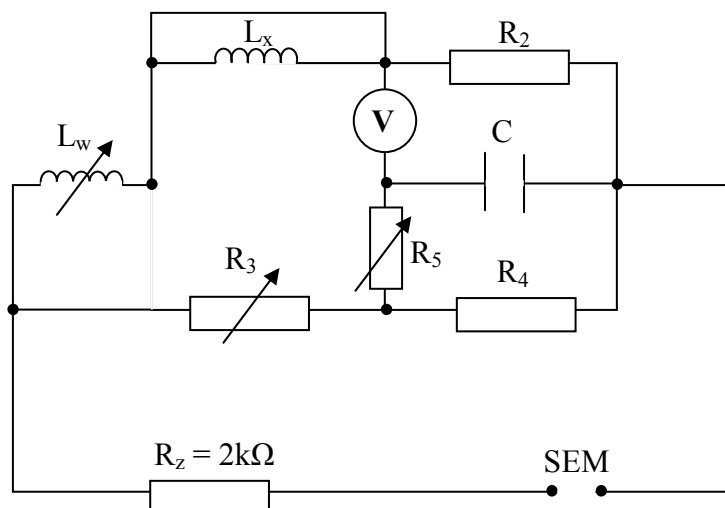


Rys.8 Mostek Andersona zasilany prądem stałym.



Rys.9 Mostek Andersona zasilany prądem zmiennym.

4. W celu określenia dokładności pomiaru indukcyjności zastąpić w układzie mostka Andersona nieznaną indukcyjność L_x indukcyjnością dekadową traktowaną jako wzorcowa (rys.10). Wykonać pomiar indukcyjności wzorcowej, nastawionej kolejno na wartości 100mH, 200mH i 300mH.



Rys.10 Mostek Andersona z indukcyjnością wzorcową L_w .

VI. Opracowanie wyników

1. Ocenic dokładność pomiarów oporności rzeczywistej mostkiem Wheatstone'a.
2. Obliczyć wartość oporności rzeczywistej i indukcyjności uzwojenia umieszczonego na płycie montażowej. Ocenic dokładność pomiarów wykorzystując wyniki pomiarów indukcyjności wzorcowych.
3. Zamieścić w sprawozdaniu dyskusję uzyskanych wyników.