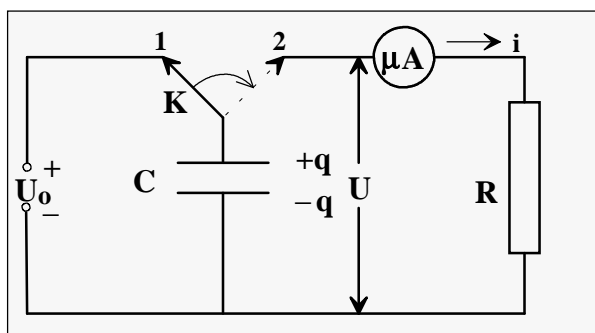


ROZŁADOWANIE KONDENSATORA

- I. Cel ćwiczenia:** wyznaczenie zależności napięcia U (i/lub prądu I) rozładowania kondensatora C w funkcji czasu t : $U = U(t)$, wyznaczanie stałej czasowej $\tau = RC$.
- II. Przyrządy:** źródło prądu stałego o napięciu $U = 10 \pm 24V$, kondensator o pojemności $C = 25 \pm 100\mu F$, woltomierz cyfrowy, stoper.
- III. Literatura:**
1. A.Portis Laboratory Physics.
 2. A.H.Piekara Elektryczność i magnetyzm.
 3. E.M.Purcell Elektryczność i magnetyzm.

IV. WPROWADZENIE

Okładki kondensatora o pojemności C podłączamy do źródła stałego napięcia U_0 (rys.1, klucz K w położeniu 1). Kondensator bardzo szybko naładuje się do napięcia U_0 . Przełączając klucz K w położenie 2 odłączamy źródło ładujące kondensator i zamykamy obwód zawierający opór R . Nastąpi rozładowanie kondensatora przez opór R .



Rys.1

Popłynie prąd o malejącym natężeniu co wskaże mikroamperomierz. Chwilowa wartość tego prądu:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (1)$$

Ubytek ładunku kondensatora w czasie dt oznaczamy przez $-dq$. Chwilowa wartość natężenia prądu I :

$$I = -\frac{dq}{dt}. \quad (2)$$

Uwzględniając równanie (1) mamy zatem

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{U}{R}. \quad (3)$$

Kondensator o pojemności C naładowany do różnicy potencjałów U posiada ładunek:

$$q = C \cdot U. \quad (4)$$

Eliminując U z równania (3) i (4) otrzymamy:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}. \quad (5)$$

Z równania (5) wynika, że prędkość ubywania ładunku kondensatora dq/dt jest proporcjonalna do chwilowej wielkości q . W miarę upływu czasu ubywanie ładunku początkowo zachodzi szybko a później skutek zmniejszania się q coraz wolniej.

Równanie (5) możemy zapisać w postaci

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \quad (6)$$

Jest to proste równanie różniczkowe. Rozwiązaniem tego równania (przy uwzględnieniu, że dla $t = 0$ mamy $q = q_0$) jest funkcja:

$$q = q_0 \cdot e^{-t/RC} \quad (7)$$

Uwzględniając zależność (4) mamy relacje:

$$q = U \cdot C \quad i \quad q_0 = U_0 \cdot C \quad (8)$$

i otrzymujemy

$$U = U_0 \cdot e^{-t/RC} \quad (9)$$

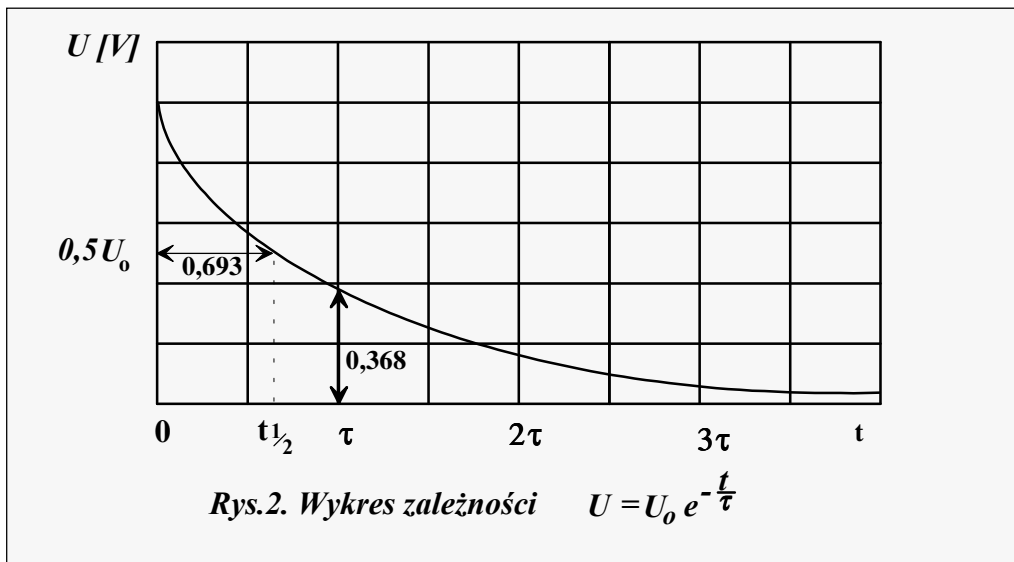
gdzie U_0 napięcie kondensatora w chwili $t = 0$.

Ponieważ $I = -\frac{dq}{dt}$, więc przy uwzględnieniu zależności (7) otrzymujemy

$$I = -\frac{d}{dt}(q_0 \cdot e^{-t/RC}) = -q_0 \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-t/RC} = I_0 \cdot e^{-t/RC} \quad (10)$$

gdzie I_0 jest prądem płynącym przez opór w chwili $t = 0$.

Równania (7), (9) i (10) wyrażają zależność ładunku q , napięcia U i natężenia prądu I w funkcji czasu t . Zależność ta jest funkcją wykładniczą, malejącą w miarę wzrostu czasu t . Wykres 2 przedstawia zależność $U(t)$ i podstawowe własności krzywej wykładniczej rozładowania kondensatora.



Iloczyn RC ma wymiar czasu i nazywa się stałą czasową (obwodu RC) lub charakterystycznym czasem relaksacji. Zwykle oznaczamy $\tau = RC$. Dla $t = RC = \tau$ mamy:

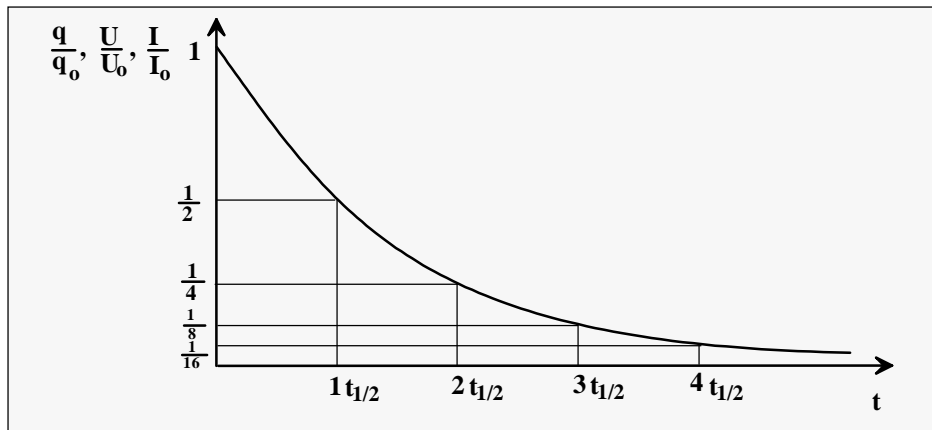
$$\frac{U}{U_0} = e^{-1} = 0,3679 \quad (11)$$

W czasie $t = \tau$ ładunek q , napięcie U , natężenie prądu I maleją e krotnie (2,72 razy). Po upływie tego czasu kondensator zawiera 36,8% ładunku początkowego.

Z każdego ze wzorów (7), (9) i (10) można otrzymać związek między $t_{1/2}$ i τ (po uwzględnieniu relacji $\frac{q}{q_0} = \frac{1}{2}$ lub $\frac{U}{U_0} = \frac{1}{2}$ lub $\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}$). Na podstawie np. równania (7) mamy $\frac{q}{q_0} = \frac{1}{2} = e^{-t_{1/2}/RC}$. Po prostych przekształceniach algebraicznych (po zlogarytmowaniu obu stron tego równania) otrzymamy

$$t_{1/2} = RC \cdot \ln 2 = 0,69315 \cdot \tau \quad (12)$$

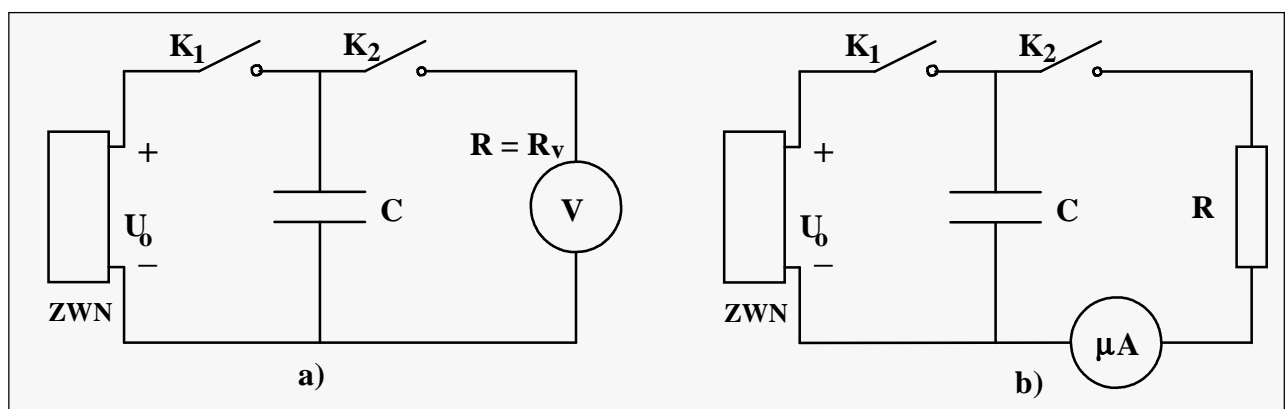
Odkładając na osi x czas t w jednostkach $t_{1/2}$ a na osi y wielkości q/q_0 , U/U_0 , lub I/I_0 otrzymamy dobrą ilustrację wykładniczych zależności (7), (9) i (10).



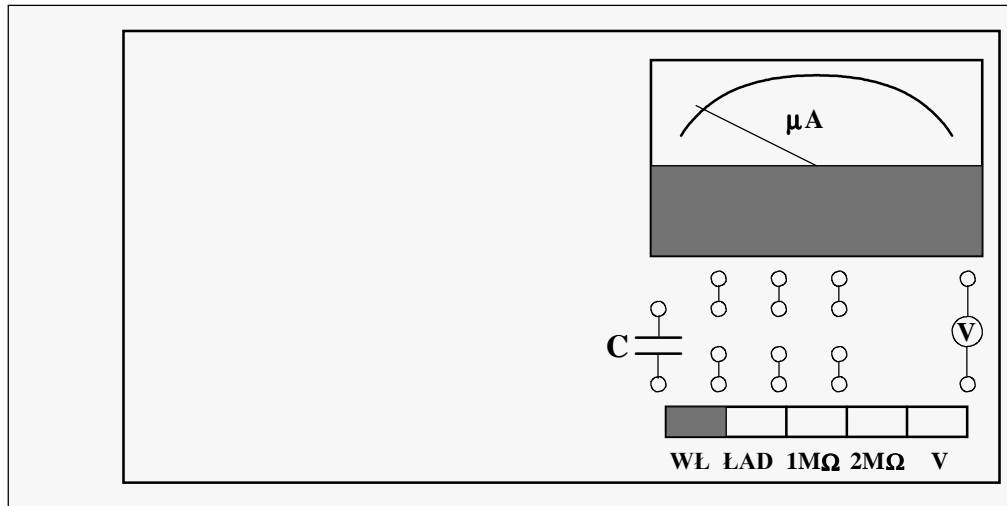
Rys.3. W każdym przedziale czasowym $t_{1/2}$ ładunek, napięcie i natężenie prądu maleją o połowę.

V. POMIARY

V.1. Układ pomiarowy.



Rys.4. Schemat połączeń układu pomiarowego; (a) rozładowanie kondensatora przez woltomierz, (b) rozładowanie kondensatora przez opór R ($1M\Omega$ lub $2M\Omega$) i mikroamperomierz (pomiar natężenia prądu).



Rys.5. Płyta czołowa układu pomiarowego

Do zacisków przy symbolu pojemności C (rys.5) dołączamy kondensatory (lub ich połączenia), których zaciski znajdują się z prawej strony oznaczenia $C \frac{\circ}{\circ}$. Do zacisków $\text{V} \frac{\circ}{\circ}$ dołączamy woltomierz cyfrowy. Woltomierz cyfrowy charakteryzuje się bardzo dużym oporem wewnętrznym ($R_v > 10 \div 1000\text{M}\Omega$). Dla zakresu 20V i 200V $R_v > 10\text{M}\Omega$. Wskazane przez niego napięcie jest właśnie spadkiem potencjału na jego oporze R_v . W naszym ćwiczeniu (rys.4a) będzie on spełniał rolę miernika napięcia na kondensatorze C i oporu R, przez który zachodzi rozładowanie kondensatora. Przy zamkniętych obu kluczach K_1 i K_2 woltomierz wskazuje różnicę potencjałów między okładkami kondensatora naładowanego do napięcia źródła U_0 (wciśnięte jednocześnie przyciski "ŁAD" i "V").

V.2. Metoda pomiaru

Logarytmując równanie (9) otrzymujemy

$$\ln U = \ln U_0 - \frac{t}{RC} . \quad (12)$$

Przyjmując : $y = \ln U$, $a = \ln U_0$, $b = -\frac{1}{RC}$, $x = t$ otrzymujemy prostą $y = a + bx$ o parametrach a i b .

Znajdując współczynnik nachylenia b prostej , znajdziemy stałą czasową τ ze związku

$$\tau = -\frac{1}{b} \quad (13)$$

oraz opór woltomierza

$$R = R_v = \frac{\tau}{C} = -\frac{1}{b \cdot C} \quad (14)$$

VI. POMIARY I OPRACOWANIE WYNIKÓW.

Pomiary

1. Do odpowiednich zacisków obwodu (rys. 4a) dołączamy woltomierz cyfrowy (charakteryzuje się dużym oporem wewnętrznym, $R_v > 10\text{M}\Omega$). Ładujemy kondensator C wciskając jednocześnie przyciski "ŁAD" i "V" (zamknięte oba klucze K_1 i K_2 na rysunku 4). Wciśnięcie ponowne przycisku "V" (otwarcie klucza K_1 na rys. 4) prowadzące do wyciśnięcia przycisku "ŁAD" spowoduje rozładowanie kondensatora C. Powolny spadek napięcia na kondensatorze umożliwia pomiar tego napięcia U woltomierzem cyfrowym w funkcji czasu t. Odczytów napięcia dokonujemy w

odstępach czasu stosownych do szybkości zmian napięcia. Wyniki zapisujemy w tabelce. Pomiar powtarzamy dla innej pojemności kondensatora C.

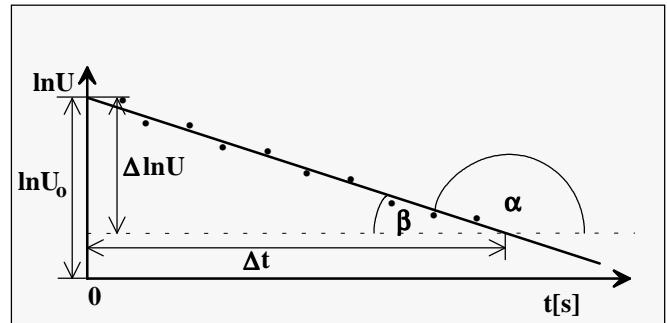
Tabela 1

t[s]						
U[V]						

- Jeśli układ umożliwi pomiar prądu rozładowania poprzez mikroamperomierz (rys. 4b) możemy dokonać w podobny sposób pomiaru prądu rozładowania kondensatora przez opór $1\text{M}\Omega$ lub $2\text{M}\Omega$ (wówczas należy odłączyć woltomierz). Kondensator ładujemy wciskając jednocześnie przycisk "ŁAD" i jeden z przycisków " $1\text{M}\Omega$ " lub " $2\text{M}\Omega$ ". Rozładowanie rozpoczynamy naciskając ponownie przycisk " $1\text{M}\Omega$ " lub " $2\text{M}\Omega$ " (zostaje wówczas wyciśnięty przycisk "ŁAD").

Opracowanie.

- Sporządzić wykres zależności napięcia U w funkcji czasu t rozładowania kondensatora (ewentualnie natężenia prądu I w funkcji czasu t jeśli pomiary I(t) wykonano).
- Sporządzić wykres zależności $\ln U$ w funkcji czasu t. Metodą najmniejszych kwadratów (patrz *I pracownia fizyczna* J.L.Kacperski, K. Niedźwiedziuk) wyznaczyć parametry a i b prostej $y = a + bx$. Parametry a i b można wyznaczyć bezpośrednio korzystając z wykresu (prostą w takim przypadku wykreślamy odręcznie).



Rys. 6. Wyznaczanie parametrów a i b bezpośrednio z wykresu

$$a = \ln U_0 \quad (U_0 \text{ znany bezpośrednio z pomiaru}),$$

$$b = \text{tg}\alpha = \text{tg}(180^\circ - \beta) = -\text{tg}\beta,$$

$$b = -\frac{\Delta \ln U}{\Delta t},$$

$$-\frac{\Delta \ln U}{\Delta t} = -\frac{1}{RC},$$

$$\tau = RC = \frac{\Delta t}{\Delta \ln U}$$

Stosując tę uproszczoną (odręczną) metodę uzyskujemy wynik mniej dokładny, a ponadto trudniej jest oszacować błąd $\Delta\tau$.

- Wyznaczyć stałą czasową τ (wzór (13)) i opór woltomierza cyfrowego znając pojemność kondensatora C

$$R = \frac{\tau}{C} = -\frac{1}{b \cdot C}. \quad (15)$$

- Oszacować błędy pomiarowe $\Delta\tau$ i ΔR .

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \left| \frac{\Delta b}{b} \right| \Rightarrow \Delta\tau = \tau \cdot \left| \frac{\Delta b}{b} \right| \quad (16)$$

$$\Delta R = \left(\frac{\Delta \tau}{\tau} + \frac{\Delta C}{C} \right) R. \quad (17)$$

Przyjąć, że błąd względny pojemności $\Delta C/C = 0,1$