

POMIAR KRZYWYCH HISTEREZY

- I. Cel ćwiczenia:** pomiar krzywych histerezy, wyznaczenie pozostałości magnetycznej B_r , koeficjencji H_k , oszacowanie strat histerezy.
- II. Przyrządy:** oscyloskop XY, przystawka do pomiaru pętli histerezy.
- III. Literatura:**
1. R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands Wykłady Feynmana z fizyki, t. II.1, rozdz. 17, t. II.2, rozdz. 36, 37.
 2. E.M. Purcell Elektryczność i magnetyzm rozdz. 7, 10.
 3. A.H. Piekara Elektryczność i magnetyzm rozdz. 3-C

IV. Krzywe namagnesowania ferromagnetyków

Ze względu na własności magnetyczne dzieli się substancje na trzy grupy:

- 1▪ Diamagnetyki - np. Bi, Hg, Cu - atomy ich nie mają trwałego momentu magnetycznego, indukowane momenty magnetyczne mają kierunek przeciwny do przyłożonego pola magnetycznego;
- 2▪ paramagnetyki - np. Al Pt - atomy ich mają różny od zera wypadkowy moment magnetyczny; pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego następuje porządkowanie tych momentów magnetycznych zgodnie z kierunkiem pola - efekt silniejszy od diamagnetyzmu;
- 3▪ ferromagnetyki - np. Fe, Ni, Co - zachodzi w nich spontaniczne uporządkowanie atomowych momentów magnetycznych wskutek szczególnych oddziaływań między tymi momentami magnetycznymi

Efekty diamagnetyzmu i paramagnetyzmu w substancjach są słabe; własności magnetyczne ferromagnetyków są natomiast bardzo silne. Wypadkowe momenty magnetyczne mogą osiągać wielkie wartości. Z tego względu ferromagnetyki mają duże zastosowanie w technice.

Wektor indukcji magnetycznej w magnetyku można przedstawić w postaci:

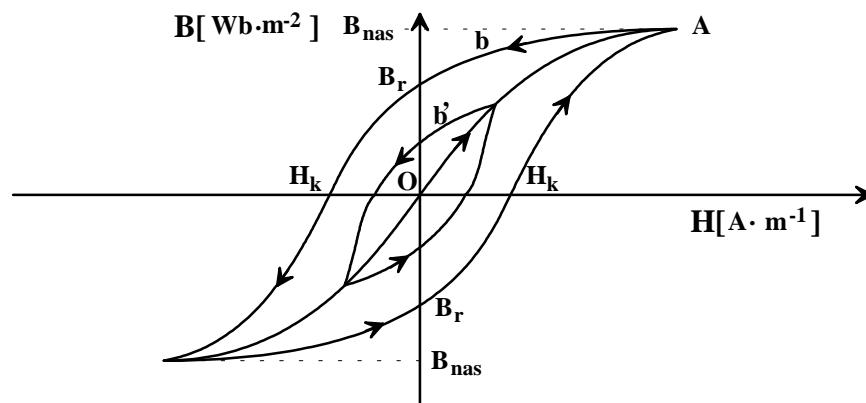
$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} (\vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{M}})$$

gdzie: $\vec{\mathbf{H}}$ - wektor natężenia pola magnesującego, $\vec{\mathbf{M}}$ - wektor namagnesowania, tj. wypadkowy moment magnetyczny jednostki objętości magnetyka.

Stwierdzono doświadczalnie, że wektor namagnesowania substancji ferromagnetycznej nie zależy w sposób jednoznaczny od natężenia zewnętrznego pola magnetycznego. Stopień namagnesowania ferromagnetyka w polu o określonym natężeniu może być różny w zależności od "historii" namagnesowania danej próbki, tj. od uprzedniego przebiegu zmian wektora \mathbf{H} . Świadczy to o nieodwracalności procesu.

Nie istnieje więc jednoznaczny związek funkcyjny między wielkościami $\vec{\mathbf{B}}$ i $\vec{\mathbf{H}}$.

Eksperymentalne krzywe zależności między polem indukcji w ferromagnetyku a natężeniem przyłożonego pola magnetycznego w ogólności postać na rysunku 1.



Rys. 1 Przebieg zmian wektora indukcji \vec{B} w ferromagnetyku w funkcji natężenia \vec{H} pola magnesującego.

Nienamagnesowana substancja umieszczona w polu magnetycznym będzie się magnesować zgodnie z krzywą OA . Krzywe zamknięte b i b' odpowiadają próbce o pewnym początkowym namagnesowaniu.

Krzywe typu pętli b nazywają się krzywymi (pętlami) histerezy i są scharakteryzowane przez trzy parametry:

- 1♦ B_{nas} - indukcję nasycenia - wartość indukcji odpowiadającą maksymalnemu uporządkowaniu atomowych momentów magnetycznych, tj. maksymalnej wartości wektora namagnesowania \vec{M} ;
- 2♦ B_r - pozostałość magnetyczną - wartość indukcji magnetycznej w ferromagnetyku namagnesowanym aż do nasycenia według krzywej OA po wyłączeniu pola magnetycznego;
- 3♦ H_k - koercję - wartość natężenia pola magnetycznego (ujemnego) potrzebnego do całkowitego rozmagnesowania magnetyka.

Gęstość energii magnetycznej w substancjach izotropowych i polikrystalicznych ferromagnetyka, gdy kierunki wektorów \vec{H} i \vec{B} są zgodne, określona jest przez związek:

$$u = \int H dB$$

(patrz Feynman, t.II-2, roz.36-4).

Zatem całka $\int_{B_1}^{B_2} H dB$ określa zmianę energii jednostki objętości danego magnetyka przy zmianie jego stanu namagnesowania od B_1 do B_2 . Całka ta jest dodatnia jeśli proces namagnesowania polega na porządkowaniu atomowych momentów magnetycznych zgodnie z kierunkiem pola magnetycznego i jest równoważna pracy wykonanej przez to pole - odcinek $(B_r, -B_{nas})$ oraz $(-B_r, B_{nas})$ pętli histerezy; jest ujemna w przypadku samoistnego rozmagnesowania - odcinek (B_{nas}, B_r) oraz $(-B_{nas}, -B_r)$ pętli histerezy.

Jeśli więc proces magnesowania po pętli histerezy, to całka $\oint_b H dB$ odpowiadająca ograniczonej krzywej określa energię dostarczaną przez pole magnetyczne na jednostkę objętości magnetyka w czasie jednego cyklu (tzw. strata histerezy) i jest miarą nieodwracalności procesu namagnesowania.

Mechanizm namagnesowania związany jest ze strukturą domenową i polikrystaliczną danej

próbki magnetyka. W substancji ferromagnetycznej zachodzi samoistne uporządkowanie atomowych momentów magnetycznych a struktura magnetycznych oddziaływań międzyatomowych i sposób uporządkowania wynika z kwantowomechanicznych własności substancji.

W obrębie jednego kryształu można jednak wyróżnić wiele obszarów tzw. **domen**, o określonych wzajemnie różnych kierunkach uporządkowania momentów magnetycznych. Konfiguracja domen w kryształach odpowiada stanowi o najmniejszej całkowitej energii.

W obrębie większej próbki magnetyka rozmieszczenie poszczególnych kryształów jest różne i w efekcie wypadkowy moment magnetyczny jest równy zeru. Pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego następuje porządkowanie atomowych momentów magnetycznych zgodnie z kierunkiem pola i związana z tym przebudowa domen; jeśli jednak występują niedoskonałości sieci krystalicznej bądź zanieczyszczenia próbki, proces ten nie jest odwracalny (straty energii w postaci ciepła, napromieniowanie itp.), co prowadzi do zjawiska histerezy

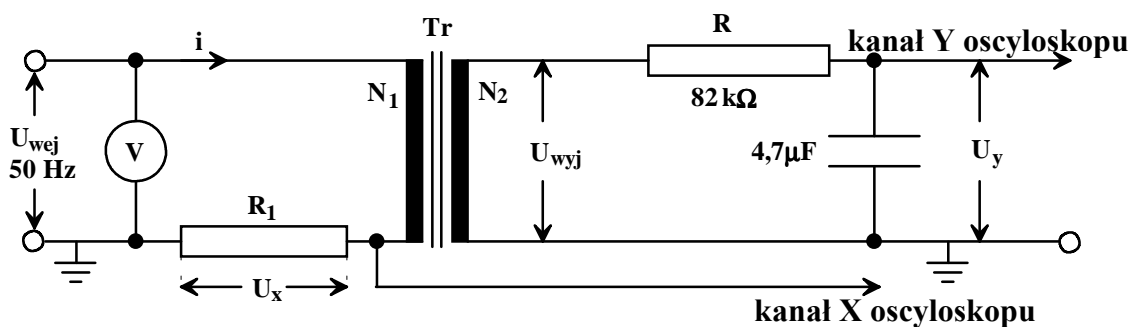
W ćwiczeniu bada się pętlę histerezy dla dwóch rdzeni ferromagnetycznych - z żelaza transformatorowego oraz rdzenia ferrytowego - o różnych właściwościach kwantowo-mechanicznych.

Żelazo jako typowy ferromagnetyk, charakteryzuje równoległe uszeregowanie momentów magnetycznych (patrz rys.2b). Właściwości ferromagnetyczne ferrytu związane są z antyrównoległym uporządkowaniem momentów magnetycznych (patrz rys. 2a)



Rys.2 Rodzaj uporządkowania momentów magnetycznych: a) dla ferrytu, b) dla żelaza. Strzałki na rysunku odpowiadają elementarnym momentom magnetycznym w obu substancjach.

V. Zasada pomiaru



Rys.3 Schemat ideowy układu eksperymentalnego.

Badany ferromagnetyk stanowi rdzeń transformatora o liczbie zwojów pierwotnych N_1 i liczbie zwojów wtórnych N_2 . Transformator zasilany jest napięciem sinusoidalnym a napięcie wyjściowe U_{wyj} jest tego samego typu.

Między natężeniem prądu w uzwojeniu pierwotnym transformatora a natężeniem pola magnetycznego istnieje związek:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_1 \cdot i \quad (1)$$

(patrz R. P. Feynman Wykłady Feynmana z fizyki, t.II-2, rozdz. 36-3).

Przy założeniu, że strumień pola magnetycznego nie rozprasza się poza obszar rdzenia, można napisać:

$$H = \frac{N_1 \cdot i}{L}, \quad \text{czyli } H \sim i \quad (2)$$

gdzie: H - natężenie pola magnetycznego wewnątrz cewki, L - stała zależna od geometrii rdzenia, wyrażona w metrach.

Zatem napięcie $U_x = R_1 \cdot i$, przyłożone do płytek odchylenia poziomego oscylografu, jest proporcjonalne do natężenia pola magnetycznego:

$$H = \frac{N_1}{L \cdot R_1} \cdot U_x, \quad \text{czyli } U_x \sim H \quad (3)$$

Zgodnie z prawem indukcji napięcie na uzwojeniu wtórnym transformatora dane jest przez związek:

$$U_{wyj} = N_2 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} \quad (4)$$

(patrz R. P. Feynman Wykłady Feynmana z fizyki, t.II-1, rozdz. 17).

Po scałkowaniu napięcia wyjściowego z transformatora przez układ RC (porównaj **Dodatek A**) uzyskujemy na kondensatorze napięcie proporcjonalne do indukcji magnetycznej B:

$$U_y = \frac{N_2 \cdot A}{R \cdot C} \cdot B, \quad \text{czyli } U_y \sim B \quad (5)$$

które doprowadzone jest do płytek odchylenia pionowego oscylografu.

W każdej chwili położenie plamki na ekranie oscylografu określone jest przez współrzędne (U_x, U_y). Plamka zakreśla więc w czasie krzywą charakteryzującą zależność funkcyjną $U_y = f(U_x)$, a tym samym - ze względu na wyżej podane związki (3) i (5) - krzywą zależności $B = f(H)$. Uzyskany oscylogram odtwarza kształt pętli histerezy badanej próbki.

VI. Pomiar

Pomiar krzywych histerezy wykonać przy pomocy oscyloskopu posiadającego tryb pracy X-Y.

1. Przygotować oscyloskop do pracy:

- uziemić oscyloskop,
- włączyć do sieci i wcisnąć przycisk "sieć" (zapala się żaróweczka),
- po pojawieniu się linii podstawy czasu wcisnąć przycisk "X-Y" lub ustawić pokrętkę podstawy czasu w tym położeniu (zależnie od typu oscyloskopu). Podstawa czasu jest wtedy odłączona (widać plamkę świetlną na ekranie oscyloskopu),
- połączyć zacisk laboratoryjny X układu z wejściem kanału **CH1 (WE X)** oscyloskopu, a punkt Y z wejściem kanału **CH2 (WE Y)**. Na ekranie obserwujemy krzywą histerezy. Przesuw osi X dokonywany jest pokrętkiem \Leftrightarrow (**POSITION** lub **X-POS**) w bloku podstawy czasu, a osi Y pokrętkiem $\hat{\updownarrow}$ lub **Y-POS II** w bloku kanału **CH2**.

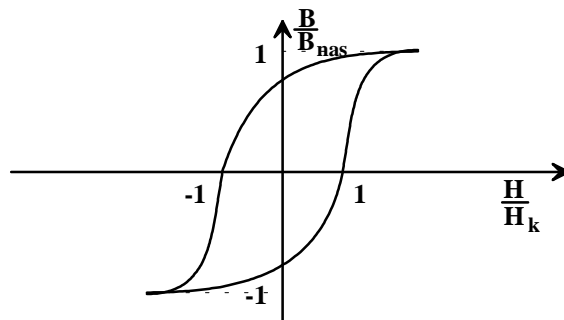
Współczynniki odchylenia (wzmocnienia) dla obu kanałów X i Y są jednakowe i zmieniane skokowo od $5 \frac{mV}{cm}$ do $5 \frac{V}{cm}$ (zależy to od typu oscyloskopu) oraz regulowane płynnie. Należy dobrać takie współczynniki odchylenia, aby pętla histerezy zajmowała cały ekran oscyloskopu.

2. Włączyć przełącznik sieci układu eksperymentalnego, by na ekranie oscyloskopu uzyskać obraz krzywej histerezy wybranego rdzenia. Wyregulować napięcie zasilania, aż do uzyskania stanu nasycenia.

3. Przerysować kształt krzywej histerezy na papierze milimetrowym lub na kalce technicznej, z zachowaniem odpowiedniej skali. Podobnie postąpić dla drugiego rdzenia.

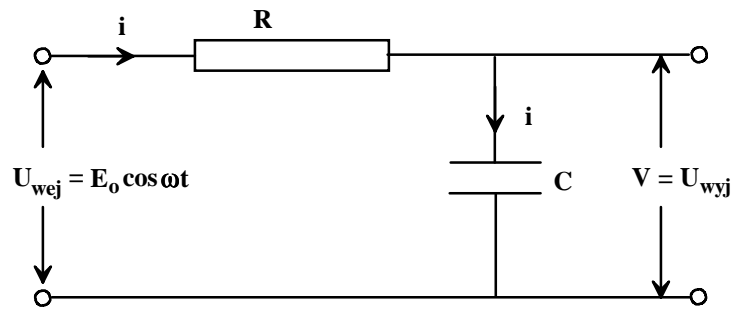
VII. Opracowanie wyników

- 1▪ ➤ Korzystając z zależności (3) i (5) przedstawić otrzymane krzywe na wykresie B - H [(Wb·m⁻²) - (A·m⁻¹)]. Dane dotyczące parametrów rdzeni można znaleźć na rysunku 3 i Dodatku B.
- 2▪ ➤ Ocenić i porównać charakterystyczne parametry:
- indukcję nasycenia B_{nas} [Wb · m⁻²],
 - pozostałość magnetyczną B_r [Wb · m⁻²],
 - koercję H_k [A · m⁻²].
- 3▪ ➤ Ocenić graficznie (na podstawie powierzchni ograniczonej krzywą) straty histerezy $\left[\frac{\text{J} \cdot \text{m}^{-3}}{\text{cykl}} \right]$ dla obu rdzeni. Można do tego celu wykorzystać program SIMPSON . Wymaga to jednak wykonania pomiarów w odpowiedni sposób (**patrz Uzupełnienie**).
- 4▪ ➤ Dla porównania kształtu krzywych przedstawić otrzymane pętle w skali jednostek względnych: $\frac{B}{B_{nas}} - \frac{H}{H_k}$ (patrz rys. poniżej).



- 5▪ ➤ Przeprowadzić dyskusję wyników i warunków pomiaru.

DODATEK A



Natężenie prądu płynącego przez kondensator można zapisać:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt}$$

stąd

$$U = R \cdot i = RC \cdot \frac{dV}{dt}$$

oraz zgodnie z prawem Kirchhoffa:

$$RC \cdot \frac{dV}{dt} + V = E_o \cdot \cos \omega t.$$

Ścisłe rozwiązanie tego równania dane jest w postaci:

$$V = \frac{R_o}{\omega RC \left[1 + \frac{1}{(\omega RC)^2} \right]} \cdot \left(\sin \omega t + \frac{1}{\omega RC} \cdot \cos \omega t \right).$$

Jeżeli, jak to ma miejsce w ćwiczeniu, spełniony jest warunek $\omega RC \gg 1$, to napięcie wyjściowe przedstawić można w postaci przybliżonej:

$$V = V_o \cdot \sin \omega t = \frac{E_o}{\omega RC} \cdot \sin \omega t = \frac{1}{RC} \cdot \int E_o \cdot \cos \omega t \cdot dt,$$

czyli

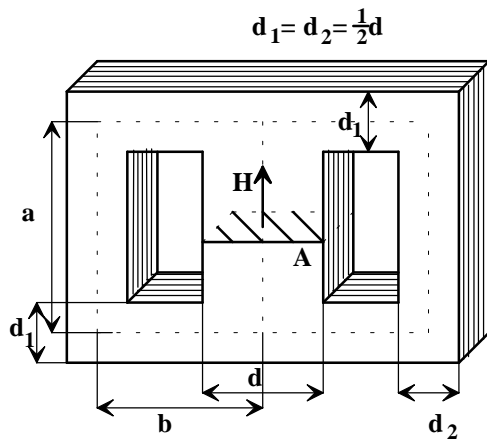
$$U_{wyj} \sim \int U_{wej} dt.$$

W tym przypadku układ można traktować jako całkujący.

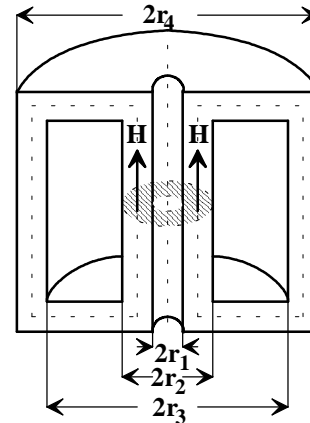
DODATEK B

Parametry transformatorów pomiarowych

Geometria rdzeni



a) Rdzeń z żelaza transformatorowego



b) Rdzeń ferrytowy

W obu transformatorach uzwojenia pierwotne i wtórne nawinięte są razem na wewnętrznym odcinku rdzenia, w płaszczyźnie prostopadłej do rysunku.

Liczba zwojów pierwotnych i wtórnych jest równa i dla obu transformatorów taka sama: $N_1 = N_2 = 800$ zwojów.

Powierzchnia przekroju poprzecznego rdzenia wewnątrz cewki jest w obu wypadkach taka sama (obszar zakreskowany na rysunku) i wynosi $A = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.

Wpływ pola w wydrążeniu rdzenia ferrytowego można zaniedbać.

W celu wyznaczenia stałych L należy posłużyć się zależnością (1). Przyjmując przybliżony rozkład pola magnetycznego w rdzeniu zgodny z krzywą przerywaną na rysunku oraz zakładając, że pole niewiele zmienia się na przekroju rdzenia i nie ulega rozproszeniu, otrzymuje się:

a) dla rdzenia z żelaza transformatorowego

$$L = a + b \cdot \frac{d}{d_2} + a \cdot \frac{d}{2d_1},$$

b) dla rdzenia ferrytowego

$$L = a \cdot \left(1 + \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_4^2 - r_3^2} \right) + \frac{r_2^2 - r_1^2}{d} \cdot \ln \frac{r_3 + r_4}{r_1 + r_2}.$$

Wartości liczbowe stałych L wynoszą odpowiednio:

a) dla rdzenia z żelaza transformatorowego $L_1 = 0,13 \text{ m}$,

b) dla rdzenia ferrytowego $L_2 = 0,05 \text{ m}$.

Wartości oporników R_l są odpowiednio:

a) dla rdzenia żelaznego $R_1 = 34 \Omega$,

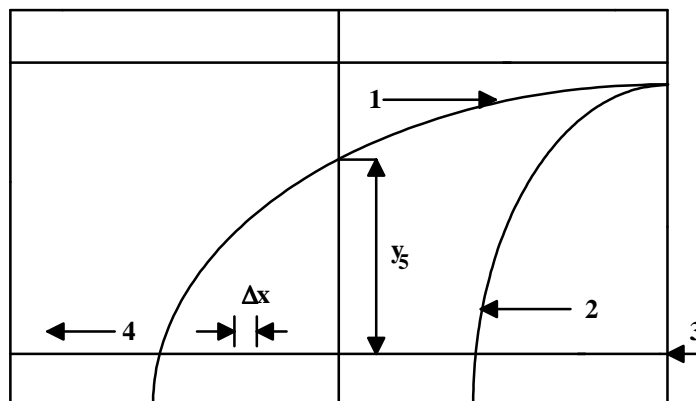
b) dla rdzenia ferrytowego $R_1 = 10 \Omega$

UZUPEŁNIENIE

WYZNACZENIE WIELKOŚCI STRAT ENERGETYCZNYCH W BADANYM
RDZENIU FERROMAGNETYCZNYM

Proponowana metoda polega na takim wykonaniu pomiarów pętli histerezy, aby wyniki pomiarów mogły być danymi wejściowymi programu SIMPSON, przeznaczonemu do całkowania funkcji metodą Simpsona. Metoda ta wymaga, aby znane były wartości y_1, y_2, \dots, y_n całkowanej funkcji $f(x)$ dla argumentów $x_1, x_2 = x_1 + \Delta x, \dots, x_n = x_{n-1} + \Delta x$ i wartość skoku zmiany argumentu Δx . W tym celu należy ustalić poziom zerowego potencjału na dogodnej do pomiarów poziomej linii siatki ekranu i przesunąć obraz pętli histerezy o ten sam odcinek Δx w lewo, wykonując za każdym razem pomiar wysokości dodatniego łuku pętli nad linią zerowego potencjału na środkowej linii pionowej siatki ekranu. Odcinek Δx powinien być tak dobrany, aby całkowita wielokrotność tego odcinka była równa rzutowi mierzonego łuku na linię zerowego potencjału.

Jeśli pętla histerezy jest symetryczna, to wystarczy wykonać pomiary jedynie dla obu łuków dodatnich, aby z różnicy ich całek pomnożonej przez dwa otrzymać całkowite pole pętli histerezy. Całkowanie można wykonać w jednostkach napięcia (V), a uzyskany wynik pomnożyć przez iloczyn współczynników przeliczających napięcia na wartości indukcji magnetycznej i natężenia pola magnetycznego.



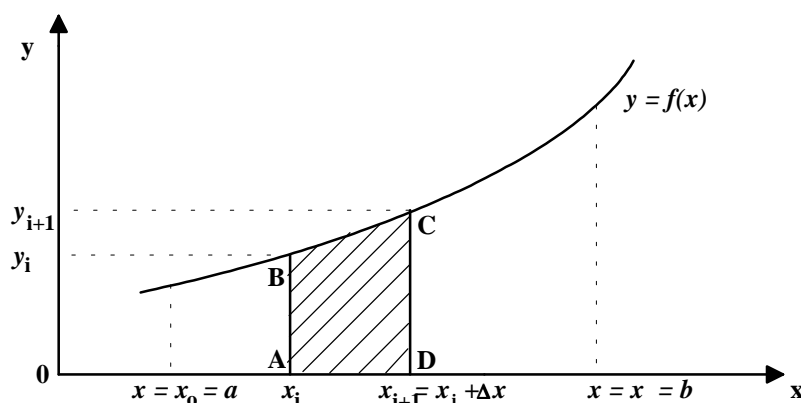
- 1 - większy, dodatni łuk pętli histerezy
- 2 - mniejszy, dodatni łuk pętli histerezy
- 3 - linia zerowego potencjału, ustalona pokręteł przesuwu pionowego przy wejściu Y zwarłym z masą oscyloskopu (przełącznik GD wciśnięty)
- 4 - kierunek przesuwania obrazu pętli histerezy każdorazowo o odcinek Δx , odpowiadający napięciu $\Delta U_x = S_x \Delta x$, gdzie S_x [V/cm] jest współczynnikiem odchylenia toru X oscyloskopu. W sytuacji przedstawionej na rysunku $U_5 = S_y y_5$ jest wynikiem piątego z kolei pomiaru. Δx powinno być tak dobrane, aby liczba pomiarów dla danego łuku była jak największa.

METODA TRAPEZÓW I METODA SIMPSONA.

Przypuśćmy, iż mamy obliczyć wartość całki oznaczonej

$$S = \int_a^b f(x) dx \quad (1)$$

z funkcji $y = f(x)$, której wykres przedstawiony jest na rysunku. Wartość całki (1) jest równa liczbowo polu powierzchni figury geometrycznej, ograniczonej osią OX, prostymi $x = a$ i $x = b$ oraz wykresem funkcji podcałkowej $y = f(x)$ w przedziale $x = a, x = b$.



$$x_1 - x_0 = \dots = x_{i+1} - x_i = \dots = \Delta x. \quad (2)$$

Podzielmy przedział całkowania (a, b) na n podprzedziałów o takiej samej szerokości. Łącząc odcinkiem linii prostej punkty o współrzędnych $x, y = f(x) = f(a+ix)$ i $x_{i+1}, y_{i+1} = f(x_{i+1}) = f[a + (i+1)x]$ otrzymujemy trapez ABCD o polu powierzchni

$$S = (y_i + y_{i+1}) \cdot \Delta x / 2 \quad (3)$$

Postępując tak n -krotnie otrzymamy n trapezów, których łączna powierzchnia równa jest w przybliżeniu polu wspomnianej wcześniej figury czyli wartości całki oznaczonej (1). A zatem

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b f(x) dx \cong \sum_{i=1}^n S_i = \frac{1}{2} [(y_0 + y_1) + (y_1 + y_2) + \dots + (y_{n-1} + y_n)] \cdot \Delta x = \\ &= \left(\frac{1}{2} y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n \right) \cdot \Delta x \end{aligned} \quad (4)$$

Opisana powyżej przybliżona metoda obliczania całki oznaczonej nosi nazwę metody trapezów i jest równoznaczna z zastąpieniem nieznaney nam w postaci analitycznej krzywej $y = f(x)$ odcinkami linii prostej, rozpiętymi między znanymi wartościami tej funkcji w równoodległych punktach x . Znacznie dokładniejszą metodą całkowania numerycznego jest metoda Simpsona polegająca na aproksymacji wykresu funkcji łukami parabol.

Rozpatrzmy łuk całkowalnej krzywej $y = f(x)$ w przedziale określonym nierównością $a \leq x \leq a + 2 \cdot \Delta x$. Oznaczając kolejno przez y_0, y_1 i y_2 wartości funkcji $f(x)$ w punktach $x_0 = a, x_1 = a + \Delta x$ i $x_2 = a + 2 \Delta x$ możemy równanie dowolnej paraboli, przechodzącej przez punkt $(a + \Delta x, y_1)$ zapisać w postaci

$$y = y_1 + \alpha[x - (a + \Delta x)] + \beta[x - (a + \Delta x)]^2 \quad (5)$$

gdzie α i β są stałymi.

Postępując tak samo dla punktów (x, y) i (x, y) oraz żądając, aby przez te punkty przechodziła ta sama parabola otrzymujemy układ równań, po rozwiązaniu którego uzyskujemy zależności

$$\alpha = \frac{y_2 - y_0}{2 \cdot \Delta x} \quad (6)$$

$$\beta = \frac{y_2 + y_0 - 2y_1}{2 \cdot (\Delta x)^2} \quad (7)$$

Powierzchnia figury geometrycznej, utworzonej przez łuk paraboli, proste $x = x_0$ i $x = x_2$ oraz oś Ox jest równa

$$\int_a^{a+2\Delta x} y dx = \frac{1}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2) \quad (8)$$

Powtarzając kolejno opisane wyżej rozumowanie dla następnych przedziałów otrzymujemy ostatecznie wzór na wartość całki z funkcji $f(x)$, aproksymowanej szeregiem $n/2$ łuków parabolicznych :

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &\cong S_f = \frac{\Delta x}{3} [(y_0 + 4y_1 + y_2) + (y_2 + 4y_3 + y_4) + \dots + (y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n)] = \\ &= \frac{\Delta x}{3} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n]. \end{aligned} \quad (9)$$

Wzór ten znany jest jako wzór Simpsona