

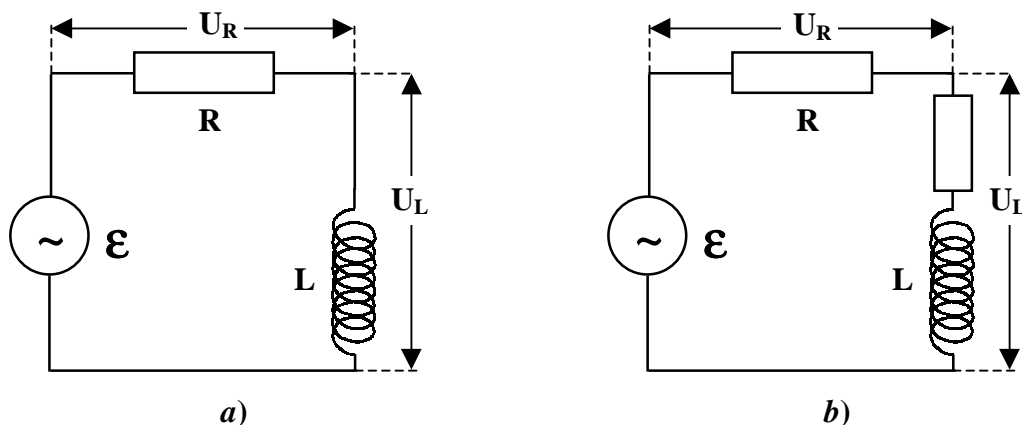
Badanie zależności oporu indukcyjnego i pojemnościowego od częstotliwości

- I. Cel ćwiczenia:** wyznaczenie zależności oporu indukcyjnego i pojemnościowego od częstotliwości, wyznaczenie wartości indukcyjności L cewki i pojemności C kondensatora.
- II. Przyrządy:** generator PO-21 lub PO-27, multimetr cyfrowy prądu zmiennego, opornik dekadowy, płytka z zamontowaną cewką o indukcyjności L i kondensatorem o pojemności C , przełącznik sześciobiegunowy, przewody.
- III. Literatura:** *H. Hofmokr, A. Zawadzki. Laboratorium fizyczne*
D. Holliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki t.3, PWN 2003.

IV. Wprowadzenie.

Wprowadzeniem teoretycznym do ćwiczenia E-21 jest rozdział 5.19 „Laboratorium fizyczne” H. Hofmokr, A. Zawadzki. lub Podstawy fizyki t.3, D. Holliday i inni (rozdz. Prąd zmienny, Drgania wymuszone, Trzy proste obwody, Obwód szeregowy RLC, str. 330 - 344).

V. Zasada pomiaru.



Rys. 1 Schemat obwodu do badania zależności oporu indukcyjnego w funkcji częstotliwości.

Rozważmy stosunek amplitudy (lub wartości skutecznej) spadku potencjału na indukcyjności L do amplitudy (wartości skutecznej) spadku potencjału na oporności R w szeregowym obwodzie RL z przemienną siłą elektromotoryczną \mathcal{E} (rys.1a):

$$\frac{U_{oL}}{U_{oR}} = \frac{U_{skL}}{U_{skR}} = \frac{I_o \cdot \omega L}{I_o \cdot R} = \frac{\omega L}{R} \quad (1)$$

gdzie ω jest częstością kątową (kołową) siły elektromotorycznej SEM, a I_o - amplitudą natężenia prądu płynącego w obwodzie.

Jak wynika ze wzoru (1) wartość stosunku U_{oL}/U_{oR} nie zależy od wartości natężenia prądu, a tym samym i od wartości modułu impedancji obwodu i wartości SEM, w przeciwieństwie do wartości amplitudy U_{oL} :

$$U_{oL} = I_o \cdot \omega L = \frac{E_o}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \omega L \quad (2)$$

gdzie E_o jest amplitudą zmian SEM.

Rzeczywisty obwód RL różni się tym od obwodu idealnego (rys.1a), że uzwojenie o indukcyjności L posiada również oporność rzeczywistą R_L tym większą, im większa jest liczba uzwojeń oraz im cieńszego przewodu użyto do wykonania tego uzwojenia. A zatem dla rzeczywistego obwodu RL (rys.1b) otrzymamy:

$$\frac{U_{oL}}{U_{oR}} = \frac{U_{skL}}{U_{skR}} = \frac{I_o \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}}{I_o R} = \frac{\sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}}{R} \quad (3)$$

Rozważmy dwa skrajne przypadki:

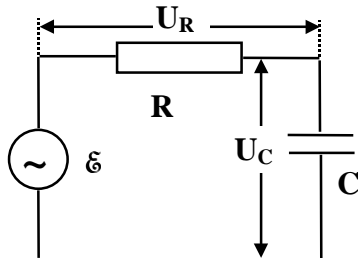
1. $\omega = 0$, a więc przypadek zasilania obwodu prądem stałym. Wówczas zależność (3) przyjmuje postać:

$$\frac{U_{oL}}{U_{oR}} = \frac{U_{skL}}{U_{skR}} = \frac{R_L}{R} \quad (4)$$

2. $\omega^2 L^2 \gg R_L^2$ (dla odpowiednio dużej częstotliwości). Wówczas:

$$\frac{U_{oL}}{U_{oR}} = \frac{U_{skL}}{U_{skR}} \approx \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi L}{R} f \quad (5)$$

i wartość stosunku U_{oL}/U_{oR} staje się proporcjonalna do częstotliwości f zmian SEM.



Rys.2 Układ szeregowy RC

Dla obwodu szeregowego RC (rys. 2) podobny stosunek amplitudy (lub wartości skutecznej) spadku potencjału na pojemności C do amplitudy (wartości skutecznej) spadku potencjału na oporności R wynosi:

$$\frac{U_{oC}}{U_{oR}} = \frac{U_{skC}}{U_{skR}} = \frac{\frac{1}{\omega C} \cdot I_o}{R \cdot I_o} = \frac{1}{\omega C R} = \frac{1}{2\pi f C R} \quad (6)$$

Wartość stosunku U_{oC}/U_{oR} jest odwrotnie proporcjonalna do częstotliwości f zmian SEM.

Oznaczmy przez k_L wartość stosunku U_{skL}/U_{skR} a przez k_C wartość stosunku U_{skC}/U_{skR} . Wówczas z zależności (5) i (6) otrzymamy:

$$X_L = \omega L \approx k_L \cdot R \quad (7a) \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = k_C \cdot R \quad (7b)$$

gdzie X_L nosi nazwę oporu indukcyjnego, a X_C - oporu pojemnościowego.

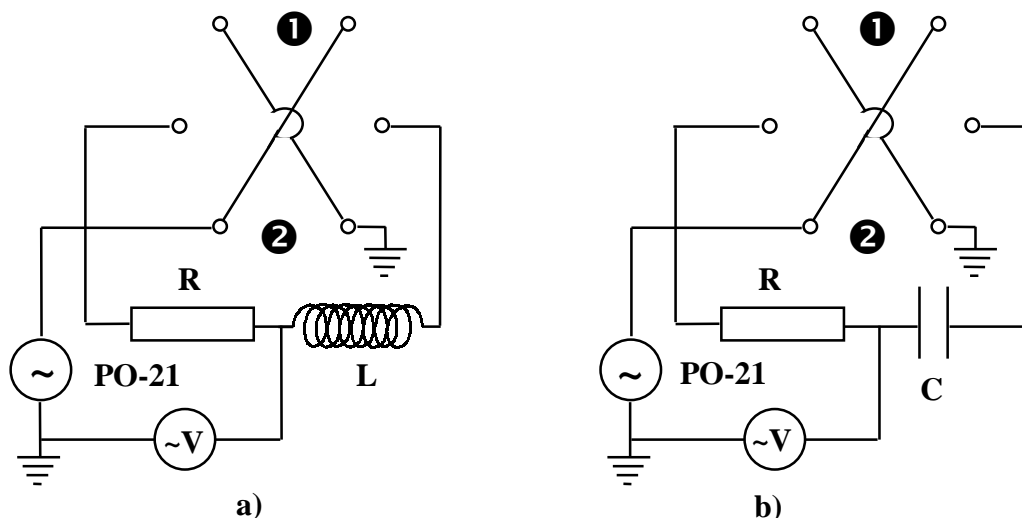
Zmiany oporu indukcyjnego i pojemnościowego od częstotliwości pokrywają się z zależnością od częstotliwości f stosunków napięć k_L i k_C (w przypadku cewki tak się staje powyżej pewnej częstotliwości f - patrz przypadek 2).

VI. Pomiary.

1. Połączyć przyrządy wg schematu przedstawionego na rys.3a wybierając zakres napięcia wyjściowego generatora 7,75V/6Ω (generator PO-21).

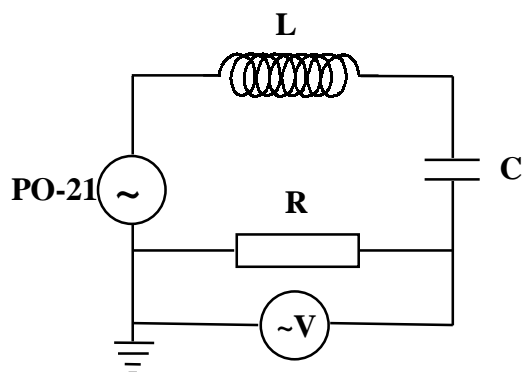
Dla częstotliwości 50 Hz dobrać tak oporność R , oraz napięcie wyjściowe generatora, aby spadki potencjału na oporniku dekadowym i indukcyjności były w przybliżeniu równe i

wynosiły około 1V. Wyznaczyć wartość stosunku U_{skL}/U_{skR} w przedziale częstotliwości 25Hz ÷ 700Hz.



Rys.3 Schemat układu do jednoczesnego pomiaru spadku potencjału U_{skL} na indukcyjności L i U_{skR} ; gdy przełącznik znajduje się w pozycji ❶ woltomierz mierzy spadek potencjału na oporności R , w pozycji ❷ woltomierz mierzy spadek potencjału na indukcyjności L (rys 3a) lub pojemności C (rys 3b).

- Włączyć w miejsce indukcyjności L pojemność C (rys. 3b). Dobrać tak R i napięcie wyjściowe generatora, by spadki potencjałów na oporności i pojemności dla $f = 50\text{Hz}$ wynosiły ok. 1V. Wyznaczyć wartość stosunku U_{skC}/U_{skR} w przedziale częstotliwości 25Hz ÷ 700Hz.
- Połączyć przyrządy wg schematu przedstawionego na rys. 4 i wyznaczyć zależność spadku potencjału na oporności R od częstotliwości w przedziale 200Hz ÷ 700Hz. Znaleźć częstotliwość, dla której spadek potencjału osiąga maksimum.



Rys.4 Schemat obwodu do badania rezonansu napięcia (punkt VI. 3).

VII. Opracowanie wyników.

Pomiary napięcia są wykonywane multimetrem cyfrowym (typ MX505, MX280 lub podobnymi). Producenci tych mierników ograniczają zakres pomiarowy napięcia i prądu przemiennego do ok. 500 Hz. Z tego powodu nie są zalecane pomiary znacznie przekraczające 500 Hz, a to właśnie powyżej tej częstotliwości współczynnik k_L dla cewki staje się proporcjonalny do f i opór indukcyjny X_L wyraża relacja (7a). Aby tę trudność ominąć, należy rozpatrzyć dla cewki nie zależność $k_L = F(f)$ ale $k_L^2 = F(f^2)$

- 1a)** Wykreślić zależność kwadratu stosunku $(U_{skL}/U_{skR})^2 = k_L^2$ od kwadratu częstotliwości f $k_L^2 = F(f^2)$ w przedziale częstotliwości $25 \div 700$ Hz

W przyjętym układzie współrzędnych jest to zależność liniowa:

$$k_L^2 = \left(\frac{R_L}{R}\right)^2 + \left(\frac{2\pi L}{R}\right)^2 f^2 \quad (\text{po przekształceniu równania (3)}). \quad \text{Kładąc } y = k_L^2, \quad x = f^2$$

mamy $y = ax + b$, gdzie $a = \left(\frac{2\pi L}{R}\right)^2$, $b = \left(\frac{R_L}{R}\right)^2$.

- b)** Obliczyć wartość indukcyjności L cewki: $L = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} R$ oraz niepewność jej wyznaczenia

$$\Delta L = \pm \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta R}{R} \right), \quad \text{gdzie } \Delta R \text{ jest niepewnością nastawionej wartości oporu dekadowego, a } \Delta a \text{ - niepewnością wyznaczenia współczynnika nachylenia } a.$$

- c)** Obliczyć wartość oporności rzeczywistej R_L uzwojenia cewki: $R_L = R\sqrt{b}$ (patrz punkt 1a) i niepewność jej wyznaczenia ΔR_L : $\Delta R_L = \pm R_L \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta R}{R} \right)$, gdzie Δb jest niepewnością wyznaczenia współczynnika b prostej.

- d)** Właściwą wartość oporu indukcyjnego dla danej częstotliwości (z wybranego zakresu pomiarowego) pozwala obliczyć relacja:

$$\sqrt{\left(\frac{U_{skL}}{U_{skR}}\right)^2 R^2 - R_L^2} = X_L \quad \text{lub} \quad \sqrt{(k_L R)^2 - R_L^2} = X_L,$$

(ostatnie relacje wynikają ze wzoru (3), gdzie $X_L = \omega L$).

Wykreślić zależność oporu indukcyjnego X_L w funkcji częstotliwości f . Porównać otrzymaną zależność z przewidywaniami teoretycznymi.

- 2a)** Wykreślić zależność stosunku $k_C = U_{skC}/U_{skR}$ od częstotliwości f w skali liniowej oraz w funkcji $1/f$ ($x = 1/f$, $y = k_C$), aproksymując punkty doświadczalne linią prostą (drugi wykres).

- b)** Znaleźć wartość pojemności C .

Współczynnik a nachylenia prostej doświadczalnej $y = ax + b$ jest równy $a = 1/2\pi CR$. Stąd pojemność $C = 1/2\pi aR$. Niepewność wyznaczonej wartości pojemności:

$$\Delta C = \pm C \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta R}{R} \right)$$

gdzie ΔR jest niepewnością nastawionej wartości oporu dekadowego i Δa niepewnością wyznaczenia współczynnika nachylenia a .

- 3a)** Obliczyć przewidywaną wartość częstotliwości rezonansowej $f = 1/2\pi\sqrt{LC}$ i porównać ją z wartością zmierzoną (punkt VI.3).

- b)** Wykreślić zależność natężenia prądu $I_{sk} = U_{skR}/R$ od częstotliwości f .

- c)** Znaleźć wartość całkowitej oporności rzeczywistej obwodu R' ($R' = R + R_L + R_G$, gdzie R_G jest wartością oporności wyjściowej generatora).

W rezonansie opór jaki dla prądu przemiennego przedstawia obwód szeregowy RLC jest równy oporowi omowemu (rzeczywistemu) R' obwodu i może być obliczony ze wzoru:

$$R' = \frac{U_{skG}}{I'_{sk}} = \frac{U_{skG}}{\frac{U'_{skR}}{R}} = \frac{U_{skG}}{U'_{skR}} R$$

gdzie U_{skG} jest skutecznym napięciem wyjściowym generatora, U'_{skR} - spadkiem potencjału na oporniku R w rezonansie (maksymalna jego wartość).

4. Przeprowadzić dyskusję wyników.