

BADANIE POTENCJALNEGO POLA ELEKTRYCZNEGO

- I. Cel ćwiczenia:** zapoznanie z metodą wyznaczania linii ekwipotencjalnych pola elektrycznego dla różnych układów elektrod. przy zastosowaniu wanny elektrolitycznej.
- II. Przyrządy:** wanna elektrolityczna, woltomierz cyfrowy, transformator bezpieczeństwa, autotransformator, zestaw elektrod.
- III. Literatura:**
1. A.K.Wróblewski, J.A.Zakrzewski "Wstęp do fizyki" T.2, cz.1. PWN 1989
 2. E.M.Purcell, "Elektryczność i magnetyzm" PWN 1975
 3. R.P.Feynman i inni "Feynmana wykłady z fizyki" T.2, cz.1. PWN 1970
 4. A.H.Piekara "Elektryczność i magnetyzm" PWN 1970.

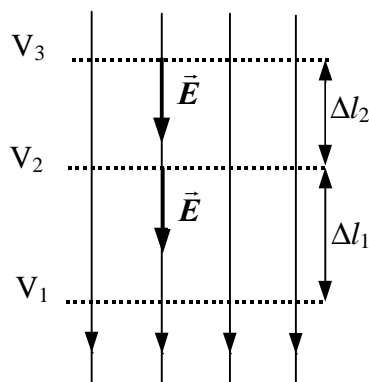
IV. Wprowadzenie.

Polem elektrycznym nazywamy własność przestrzeni, w której na nieruchome ładunki elektryczne działają siły (elektrostatyczne) Coulomba. Własności pola elektrycznego w danym punkcie zależą od jego położenia (x,y,z) oraz czasu t. Pole elektryczne nie zmieniające się w czasie nazywamy polem elektrostatycznym. Właściwości pola elektrycznego opisujemy dwiema wielkościami: wektorową - natężeniem pola elektrycznego \vec{E} i skalarną - potencjałem pola elektrycznego V. Pole wytworzone przez nieruchome ładunki elektryczne nazywamy potencjalnym polem elektrycznym. Pole takie ma tę właściwość, że praca potrzebna na przeniesienie w nim ładunku q po dowolnej drodze zamkniętej zawsze równa się zero (patrz **uzupełnienie** str. 5)

Każdy punkt elektrycznego pola potencjalnego można scharakteryzować funkcją skalarną - potencjałem V. Wartość liczbowa wektora natężenia \vec{E} tego pola jest równa różnicy potencjałów przypadającej na jednostkę długości, mierzonej wzdłuż kierunku, dla którego $\frac{\Delta V}{\Delta l} = \left(\frac{\Delta V}{\Delta l} \right)_{\max}$

Mamy zatem

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta l} \quad (1)$$



$$V_1 < V_2 < V_3$$

$$\frac{V_2 - V_1}{\Delta l_1} = E_1$$

$$\frac{V_3 - V_2}{\Delta l_2} = E_2$$

dla pola jednorodnego:

$$E_1 = E_2 = E$$

Rys.1 Linie jednorodnego pola elektrycznego (linie ciągłe) i linie jednakowego potencjału (linie przerywane).

Znak minus informuje, że zwrot wektora \vec{E} jest przeciwny do zwrotu największego wzrostu potencjału (patrz też **uzupełnienie** str. 5)

Potencjalne pole elektryczne przedstawiamy za pomocą układu powierzchni ekwipotencjalnych (jednakowego potencjału) oraz układu linii sił prostopadłych do tych powierzchni. Linia sił nazywamy krzywą, do której styczne pokrywają się w każdym punkcie z kierunkiem pola \vec{E} .

Matematyczny opis pola nastęrcza wiele trudności. Dlatego charakter pola - kształt powierzchni ekwipotencjalnych wyznacza się doświadczalnie. Z rozważań matematycznych (**uzupełnienie** str. 5) wynika, że:

- ♥ wypełnienie przestrzeni między elektrodami dielektrykiem nie ma wpływu na strukturę pola - rozkład linii sił i związanych z nimi powierzchni ekwipotencjalnych w dielektryku będzie taki sam jak w próżni,
- ♥ wypełnienie przestrzeni między elektrodami ośrodkiem słabo przewodzącym o małej przewodności elektrycznej ($G = 1/R$) daje pole elektryczne podobne do pola elektrycznego w dielektryku.

Zbadanie struktury pola elektrycznego w przestrzeni trójwymiarowej wymaga wanny o dużych rozmiarach (w celu wyeliminowania wpływu ścianek). Ponieważ przeprowadzenie pomiarów w ośrodku przewodzącym jest łatwiejsze niż w dielektryku, dlatego przestrzeń między elektrodami wypełniamy słabym elektrolitem. Potencjał w różnych punktach wyznacza się za pomocą sondy. Łatwiejsze do realizacji jest badanie pola w przestrzeni dwuwymiarowej (płaska wanna z bardzo cienką warstwą słabego elektrolitu lub innego słabo przewodzącego ośrodka).

V. Metoda pomiaru.

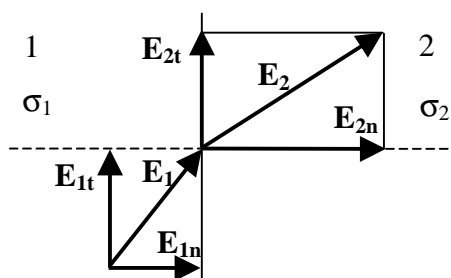
Praktyczne znaczenie doświadczeń z modelowaniem pól elektrycznych opiera się na fakcie niezależności rozkładu potencjału między elektrodami od wymiarów układu i od bezwzględnych napięć. Rozkład potencjału zachowuje się przy zmianie wszystkich rozmiarów i napięć w odpowiednim stosunku.

Jest to tzw. **zasada podobieństwa**: dwa układy nazywamy podobnymi, jeżeli wektory natężenia pola w odpowiednich punktach są równoległe, a stosunek ich wartości pozostaje stały.

Modelowanie pól elektrycznych znalazło zastosowanie przy projektowaniu lamp elektronowych i w optyce elektronowej. Znajomość pola potencjału pozwala jednoznacznie określić tory elektronów. Zasada podobieństwa jest wykorzystywana przy projektowaniu akceleratorów cząstek naładowanych, poprzez budowę modeli tych akceleratorów. W ćwiczeniu pomiar polega na znajdowaniu linii jednakowego potencjału (linii ekwipotencjalnych). Równanie linii ma postać

$$V(x, y) = V_0 \quad (2)$$

Maksymalna szybkość zmiany potencjału przy zmianie współrzędnych (tzw. gradient potencjału) skierowana jest w stronę wzrostu potencjału wzdłuż normalnej do linii ekwipotencjalnej. Natężenie pola elektrycznego \vec{E} zgodnie z równaniem (1) jest również prostopadłe do tej linii i zwrócone w stronę niższego potencjału. Z określenia tego wynika, że linie sił są prostopadłe do linii ekwipotencjalnych o czym już wspomniano wcześniej. Pomiary z użyciem wanny elektrolitycznej przeprowadza się zwykle w ośrodku jednorodnym tzn. przy stałej przewodności właściwej σ ($\sigma = 1/\rho$, gdzie ρ jest oporem właściwym) elektrolitu w całej objętości. Jeśli ośrodek jest niejednorodny, natężenie pola \vec{E} zmieni się odwrotnie proporcjonalnie do przewodności właściwej. W ogólnym przypadku zmienia się wartość i kierunek natężenia pola (załamanie linii sił - rys.2).

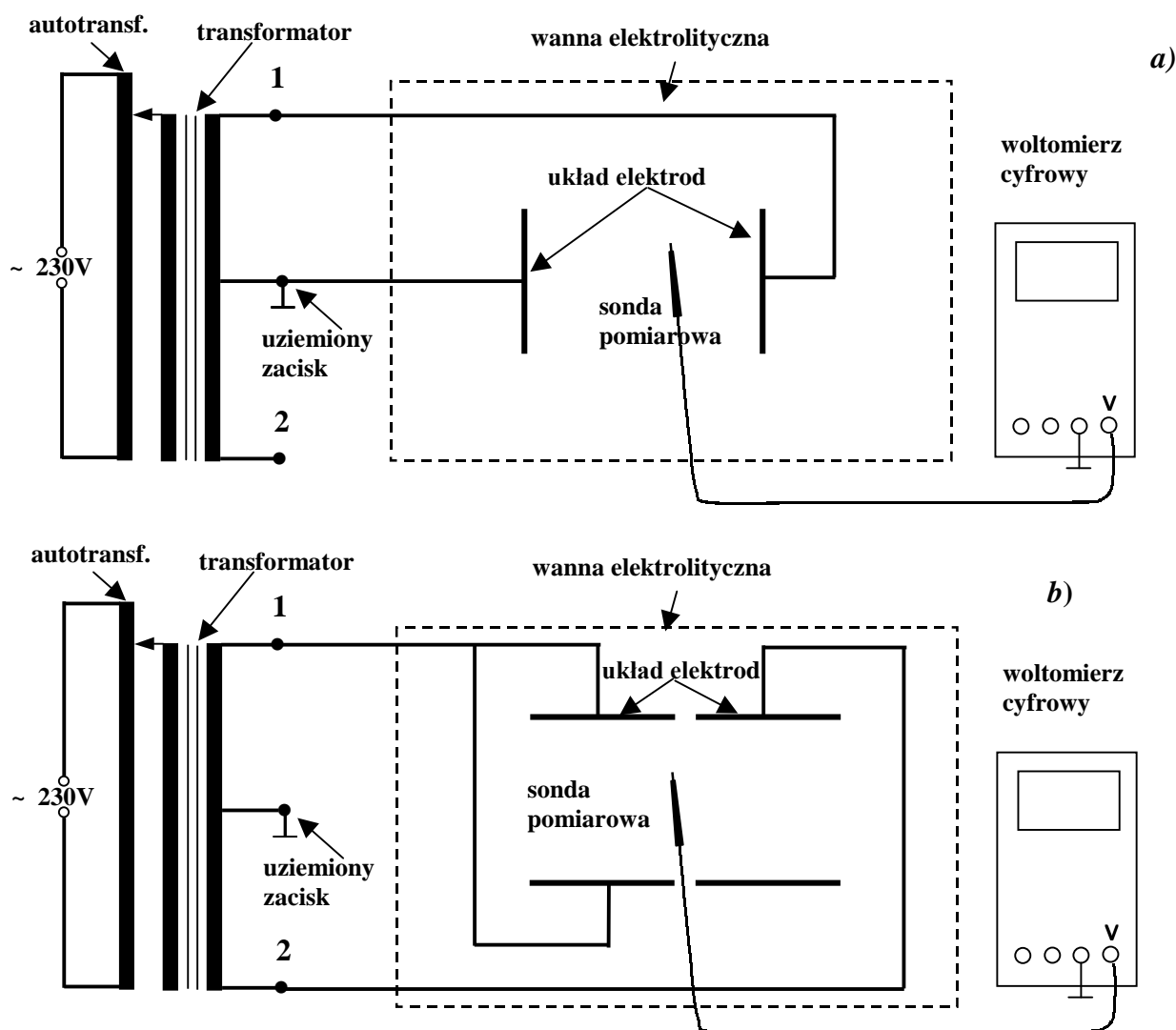


Rys.2 Zmiana natężenia pola elektrycznego przy przejściu z ośrodka o σ_1 do ośrodka z σ_2 ($\sigma_2 < \sigma_1$). Na granicy ośrodków zachodzi $E_{1t} = E_{2t}$, $E_{1n} < E_{2n}$.

W praktyce otrzymanie elektrolitu o zmiennej przewodności właściwej jest dość kłopotliwe. Załamanie linii sił zachodzi jednak również wtedy, gdy $\sigma = \text{const}$ natomiast zmienia się grubość warstwy elektrolitu (zmiana przewodności elektrycznej elektrolitu G). Warstwę elektrolitu o zmiennej grubości uzyskujemy poprzez nachylenie wanny lub umieszczenie na dnie wanny płytek dielektryka o różnej grubości i kształcie.

VI. Układ doświadczalny.

Podstawową częścią układu jest wanna elektrolityczna umieszczona na nóżkach o regulowanej wysokości oraz układ prętów do zamocowania elektrod. Na dno wanny naniesiona jest siatka



Rys.3 Schemat układu pomiarowego: *a*) układ elektrod równoległych, *b*) układ elektrod do badania soczewki elektrycznej.

współrzędnych. Sposób łączenia układów możliwych do wykorzystania w ćwiczeniu pokazuje rys 3 i rys. 4 (**uzupełnienie**, strona 7).

Pomiar różnicy potencjałów dokonywany jest woltomierzem cyfrowym zaopatrzonym w sondę na zakresie zmiennoprądowym (przełącznik rodzaju pracy woltomierza w położeniu **AC**).

Uzwojenie wtórne transformatora posiada odczep w środku (dołączony do gniazda z oznaczeniem \perp). Elektrody pomiarowe dołączane są do gniazd wyjściowych transformatora. Gniazda skrajne oznaczone jako "1" i "2" w każdej chwili czasu t mają przeciwny potencjał względem ziemi (punktu \perp). Jeżeli przyłączymy elektrody do dwu gniazd "1" i "2", to jedna elektroda znajdzie się na potencjale ujemnym, druga na potencjale dodatnim (w tej samej chwili t). W pobliżu tej pierwszej linii ekwipotencjalne mają wartości ujemne, w pobliżu drugiej dodatnie.

Trzeba jednak pamiętać o tym, że woltomierz cyfrowy na zakresie zmiennoprądowym mierzy wartość skuteczną napięcia przemiennego i dla obydwu elektrod zawsze wskaże ten sam znak. Do gniazd "1" i "2" przyłączamy elektrody w celu zbadania pola dipola, kwadrupola lub soczewki elektrycznej. W pozostałych przypadkach dołączamy elektrody między gniazda wyjściowe "1" i \perp lub "2" \perp . Pamiętajmy, aby uziemić gniazdo \perp transformatora (połączyć go z gniazdem uziemienia znajdującym się w metalowej szafce zasilającej).

VII. Pomiary.

1. Zmontować układ pomiarowy do realizacji danego zadania.¹ (pole elektrod równoległych, soczewki elektrycznej, soczewki kwadrupolowej, elektrod walcowych i dipola). Nalać do wanny wodę z kranu, aby cienką warstwą pokryła całkowicie jej dno. Na papier milimetrowy nanieść siatkę z dna wanny, zmierzyć kształt i położenie elektrod oraz ewentualnych innych elementów.
2. Korzystając z autotransformatora doprowadzić różnicę potencjałów na wyjściu transformatora (a tym samym między elektrodami) do wartości "okrągłej", np. 10V.
3. Znaleźć takie położenie sondy, przy którym potencjał względem elektrody uziemionej (lub elektrody względem ziemi) wyniesie np. 1V. Czynność tę należy powtórzyć kilkakrotnie w celu wyznaczenia linii ekwipotencjalnej. Pomiary wykonać dla różnicy potencjałów 2V, 3V,... itd. Wyniki należy nanieść na wykres.
Zanotować niepewność pomiaru napięcia oraz niepewność ustalenia położenia punktu.
4. Powtórzyć pomiary dla dwu innych układów elektrod. (zadania ustala prowadzący zajęcia).

VIII. Opracowanie.

1. Wykreślić linie ekwipotencjalne oraz linie sił (najlepiej różnym kolorem).
2. Wyznaczyć maksymalne i minimalne występujące natężenie pola ($E = \Delta V/l$, gdzie ΔV oznacza różnicę potencjałów pomiędzy dwoma kolejnymi liniami ekwipotencjalnymi, l - odległość między nimi, mierzona wzdłuż linii sił). Ocenić niepewność pomiarową wyznaczonych wartości natężenia pola E_{\max} i E_{\min} .
3. Przedstawić graficznie zależność potencjału V od odległości x od jednej z elektrod dla punktów leżących na linii symetrii pola. Znaleźć natężenie pola w dowolnym punkcie A leżącym na tej linii.
4. Przeprowadzić dyskusję otrzymanych wyników pomiarów i obliczeń (rodzaj pola, występujące symetrie, stopień niejednorodności natężenia pola, zastosowania).

¹ (zadania ustala prowadzący zajęcia)

Uzupełnienie

a) Pole potencjalne

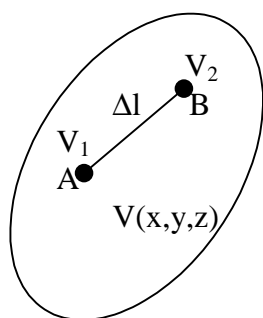
Pole w którym praca tego pola przy przeniesieniu ładunku q po dowolnej drodze zamkniętej jest równa zero jest polem potencjalnym (czasem o takim polu mówimy, że jest zachowawcze). Matematycznie przedstawia to wzór

$$q \cdot \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = q \cdot \oint \vec{E} \cdot dl \cdot \cos(\vec{E}, d\vec{l}) = q \cdot \oint E_l \cdot dl = 0 \quad (2)$$

gdzie E_l jest rzutem wektora natężenia pola elektrycznego na kierunek dl .

b) Gradient potencjału

Założmy, że w pewnym obszarze mamy pole potencjalne i określony jest w każdym jego punkcie potencjał $V = V(x,y,z)$. Weźmy pod uwagę dwa bliskie punkty w tym polu A i B, leżące w małej odległości jeden od drugiego. Niech wartość potencjału V w punkcie A wynosi V_1 zaś w punkcie B - V_2 (rysunek obok).



Stosunek przyrostu potencjału V do odległości tych punktów wyznacza szybkość, z jaką zmienia się potencjał V , gdy punkt obserwacji przesuwamy z A do B. Oznaczając odległość tych punktów przez Δl , na szybkość tej zmiany wzdłuż AB otrzymamy wyrażenie

$$\frac{V_2 - V_1}{\Delta l} = \frac{\Delta V}{\Delta l} \quad (3)$$

Przybliżając punkt B do A w granicy otrzymamy pochodną $\frac{dV}{dl}$ zwaną po-

chodną kierunkową w kierunku dl . Dla różnych kierunków otrzymalibyśmy różne wartości pochodnej. W określonym kierunku wartość tej pochodnej będzie największa (największy przyrost potencjału). Zatem maksymalnej wartości dV/dl odpowiada określony kierunek przestrzeni. Możemy więc wyobrazić sobie wektor o tym kierunku i o wartości równej $\left(\frac{dV}{dl}\right)_{\max}$.

Wektor ten nazywamy gradientem potencjału V . Jego symbolem jest $grad$. Możemy więc napisać:

$$grad V = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left(\frac{V_2 - V_1}{\Delta l} \right)_{\max} = \left(\frac{dV}{dl} \right)_{\max} \quad (4)$$

Zwrot tego wektora jest skierowany w stronę najszybszego przyrostu potencjału.

W potencjalnym polu elektrycznym zachodzi następująca relacja między wektorem pola elektrycznego \vec{E} gradientem potencjału

$$\vec{E} = - \overset{\rightarrow}{grad} V \quad (5)$$

gdzie $\overset{\rightarrow}{grad} V$ jest wektorem gradientu potencjału; znak minus zawiera informację, że wektor natężenia pola \vec{E} ma zwrot przeciwny do wektora gradientu.

c) Rozkład linii sił i związanych z nimi powierzchni ekwipotencjalnych w dielektryku jest taki sam jak w próżni

Elektrody podłączone do źródła napięcia o pewnej różnicy potencjałów umieszczono w próżni. Między elektrodami powstanie pole elektryczne i związany z nimi rozkład powierzchni ekwipotencjalnych. Następnie wypełniono przestrzeń między elektrodami dielektrykiem o przenikalności elektrycznej ϵ .

Dielektryk umieszczony w polu elektrycznym ulega polaryzacji. W jednorodnym dielektryku powstaje jednakowa ilość dodatnich i ujemnych ładunków związanych. Z tego powodu dla dowol-

nej objętości jednorodnego dielektryka mamy $\sum_i q_i = 0$.

Prawo Gaussa określa następujący związek między natężeniem pola elektrycznego a ładunkiem elektrycznym

$$\epsilon \cdot \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon \cdot \oint_S \vec{E}_n \cdot d\vec{S} = \sum_i q_i \quad (6)$$

gdzie ϵ - przenikalność elektryczna ośrodka,

E_n - rzut wektora \vec{E} na normalną do elementu powierzchni ds ,

\oint_S - całka powierzchniowa po powierzchni zamkniętej S ,

$\sum_i q_i$ - suma ładunków znajdujących się wewnątrz powierzchni S .

Zatem dla dielektryka ograniczonego powierzchnią S , wewnątrz której nie ma ładunków swobodnych mamy

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (7)$$

Oznacza to, że jednorodny ośrodek dielektryczny nie może być źródłem czy też ujściem linii sił pola elektrycznego. Dlatego rozkład linii sił i związanych nimi powierzchni ekwipotentjalnych będzie taki sam jak w próżni - ośrodek nie ma wpływu na strukturę pola (w opisanym wyżej przypadku).

d) Wypełnienie przestrzeni między elektrodami ośrodkiem słabo przewodzącym o małej przewodności elektrycznej ($G = 1/R$) daje pole elektryczne podobne do pola elektrycznego w dielektryku

Załóżmy, że mamy układ składający się z dwu elektrod (przewodników) rozdzielonych ośrodkiem o małej przewodności elektrycznej G (konduktancji). Do elektrod przykładamy SEM źródła. Powierzchnia elektrody jest powierzchnią ekwipotentjalną (tak samo jak dla próżni). W przestrzeni między elektrodami powstaje pole potencjalne. Gęstość prądu płynącego przez ośrodek określa różniczkowe prawo Ohma

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (8)$$

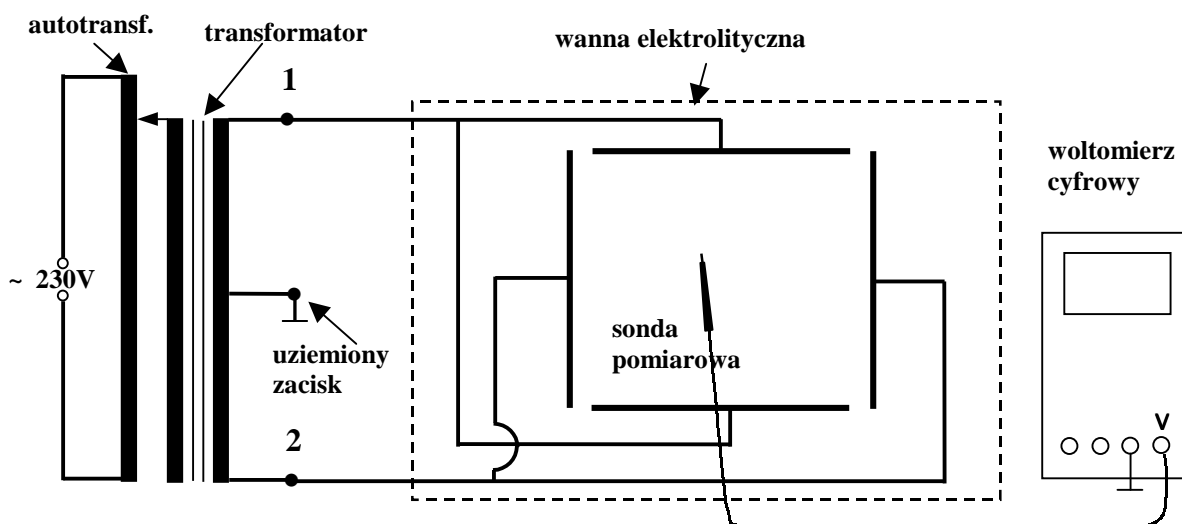
gdzie σ jest przewodnością właściwą ośrodka (konduktywność). Dla prądu stałego mamy

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = 0 \quad (9)$$

gdzie całkowanie odbywa się po powierzchni S ograniczającej element objętości ośrodka.

Jest to I prawo Kirchhoffa (w nieco innym zapisie) - suma natężeń prądów wpływających i wypływających z powierzchni zamkniętej równa się zero. Z równań (8) i (9) wynika, że w przypadku ośrodka przewodzącego podobnie jak w przypadku dielektryka, spełniona jest zależność (7). Pole elektryczne wewnątrz ośrodka o małej przewodności elektrycznej jest również określone przez równania (2), (5), (7). Stąd wynika, że objętościowa gęstość ładunku w ośrodku przewodzącym jest równa zero oraz pole elektryczne w takim ośrodku jest podobne do pola elektrycznego w dielektryku.

e) Układ do wytworzenia pola soczewki kwadrupolowej



Rys 4. Schemat układu do badania rozkładu potencjału soczewki kwadrupolowej.