

## Wyznaczanie ciepła właściwego powietrza metodą rozładowania kondensatora

- I. Cel ćwiczenia:** poznanie jednej z metod pomiaru ciepła właściwego gazów, zjawiska rozładowania kondensatora i sposobu pomiaru energii zgromadzonej w naładowanym kondensatorze elektrolitycznym.
- II. Przyrządy:** układ pomiarowy złożony z zasilacza, baterii kondensatorów elektrolitycznych, naczynia Dewara z manometrem cieczowym (nafta), multimetru cyfrowego.
- III. Literatura:** 1. J. L. Kacperski, I Pracownia fizyczna, WUŁ, Łódź 1998.

### IV. Wstęp

Jeśli do układu dostarczamy ciepło  $dQ$  za pośrednictwem procesu, w którym temperatura wzrasta o  $dT$ , a zachowuje się pewna wielkość  $x$ , wówczas wyrażenie:

$$C_x = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_{x=\text{const}} \quad (1)$$

nazywamy pojemnością cieplną dla stałego  $x$ . Gdy  $x \equiv p$  mówimy o pojemności cieplnej przy stałym ciśnieniu, gdy  $x \equiv V$  – o pojemności cieplnej przy stałej objętości. Pojemność cieplna odniesiona do jednostki masy, nazywa się ciepłem właściwym; pojemność cieplną jednego mola nazywamy ciepłem molowym. Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości określają wzory:

$$c_p = \frac{1}{m} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_{p=\text{const}} \quad (2a)$$

$$c_v = \frac{1}{m} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_{V=\text{const}} \quad (2b)$$

gdzie  $m$  oznacza masę układu.

W przypadku dostarczania ciepła przy stałym ciśnieniu, z I zasady termodynamiki wynika związek:

$$dQ_p = dE + dW = dE + pdV \quad (3)$$

$dE$  oznacza tutaj przyrost energii wewnętrznej,  $dW$  – pracę wykonaną przez układ. Dla jednego mola gazu doskonałego  $pV = RT$  ( $R = 8,314 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) i  $pdV = RdT$ . Po podstawieniu tego związku do równania (3) otrzymamy:

$$dQ_p = dE + RdT \quad (4a)$$

albo po podzieleniu obu stron przez  $dT$ :

$$C_p = \frac{dE}{dT} + R \quad (4b)$$

Jeśli ciepło dostarczane jest przy stałej objętości, wówczas  $dV = 0$  i  $dQ_v = dE$ . Postępując podobnie jak poprzednio otrzymamy:

$$C_V = \frac{dE}{dT} \quad (5)$$

Z równania (4b) i (5) otrzymamy tzw. związek Mayera:

$$C_p - C_V = R \quad (6)$$

Średnia energia cząsteczki gazu jest proporcjonalna do temperatury:

$$\bar{E} = \frac{i}{2}kT \quad (7)$$

gdzie  $i$  oznacza liczbę stopni swobody,  $k$  jest stałą Boltzmana.

Do opisu ruchu atomu gazu jednoatomowego wystarcza znajomość składowych  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ . Mamy więc do czynienia z  $i = 3$  stopniami swobody. Cząsteczki gazu wieloatomowego posiadają dodatkowo trzy stopnie swobody związane z obrotami, z prędkością kątową o składowych  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ . Zakładamy przy tym, że wiązania pomiędzy atomami cząsteczki są tak silne, że można zaniedbać wzajemne przesunięcia. Dla gazu dwuatomowego, z którym będziemy mieli do czynienia w pomiarach, liczba stopni swobody ulega zmniejszeniu o 1, czyli  $i = 5$ . Stanie się to zrozumiałe, gdy wyobrazimy sobie cząsteczkę gazu dwuatomowego, jako rodzaj sztywnej hantli, której obroty wokół osi łączącej „punktowe” atomy są wykluczone. wobec tego średnia energia cząsteczki gazu dwuatomowego wynosi  $\frac{5}{2}kT$ , a w odniesieniu do jednego mola:

$$\bar{E} = \frac{5}{2}N_0kT = \frac{5}{2}RT; \quad N_0k = R \quad (8)$$

gdzie  $N_0$  oznacza liczbę Avogadro.

Wynika stąd, że ciepło molowe gazu dwuatomowego ma zgodnie ze wzorem (5) wartość:

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{5}{2}R = 20,8 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1} \quad (9)$$

Wynik taki jest przewidywany przez bardzo prosty model i jako taki może dość znacznie różnić się od wartości rzeczywistej (a także, prawdopodobnie, od wyniku doświadczenia).

## V. Metoda pomiaru

Dostarczenie ciepła do układu, przy zachowaniu stałej objętości, powoduje przyrost energii wewnętrznej:

$$dQ_V = dE = nC_V dT \quad (10)$$

gdzie  $n$  jest liczbą moli gazu.

Równanie stanu gazu doskonałego dla  $n$  moli ma postać:

$$Vp = nRT \quad (11)$$

Różniczkując stronami równanie (11) ( $V = \text{const}$ ) mamy:

$$Vdp = nRdT \quad (12)$$

Dzieląc stronami (12) przez (11) otrzymamy;

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} \Rightarrow dT = \frac{dp}{p}T \quad (13)$$

Po wstawieniu (13) do (10), otrzymamy:

$$dE = \frac{nC_V T dp}{p} \quad (14)$$

albo po zastąpieniu przyrostków nieskończenie małych przez skończone:

$$\Delta E = C_v \frac{nT\Delta p}{p} \quad (15)$$

W doświadczeniu energia  $\Delta E$  pochodzi z rozładowania kondensatora. Można ją obliczyć rozpatrując pracę, którą należy wykonać, aby do kondensatora o pojemności  $C$  doprowadzić ładunek  $dQ$ , jeśli napięcie pomiędzy okładkami jest równe  $U$ :

$$dL = UdQ = CUdU \quad (16)$$

Praca użyta na naładowanie kondensatora do napięcia  $U_m$  (równa oczywiście energii wydzielonej przy całkowitym rozładowaniu) wyraża się wzorem:

$$L = \int_0^{U_m} CUdU = \frac{CU_m^2}{2} = \Delta E \quad (17)$$

Ze wzorów (15) i (17) otrzymamy:

$$\frac{CU_m^2}{2} = C_v \frac{nT\Delta p}{p} \rightarrow \Delta p = \frac{pCU_m^2}{2nC_vT} \quad (18)$$

Ostatnie wyrażenie w układzie współrzędnych:  $x = U_m^2$ ,  $y = \Delta p$ , ilustruje prosta  $y = bx$ , o nachyleniu:

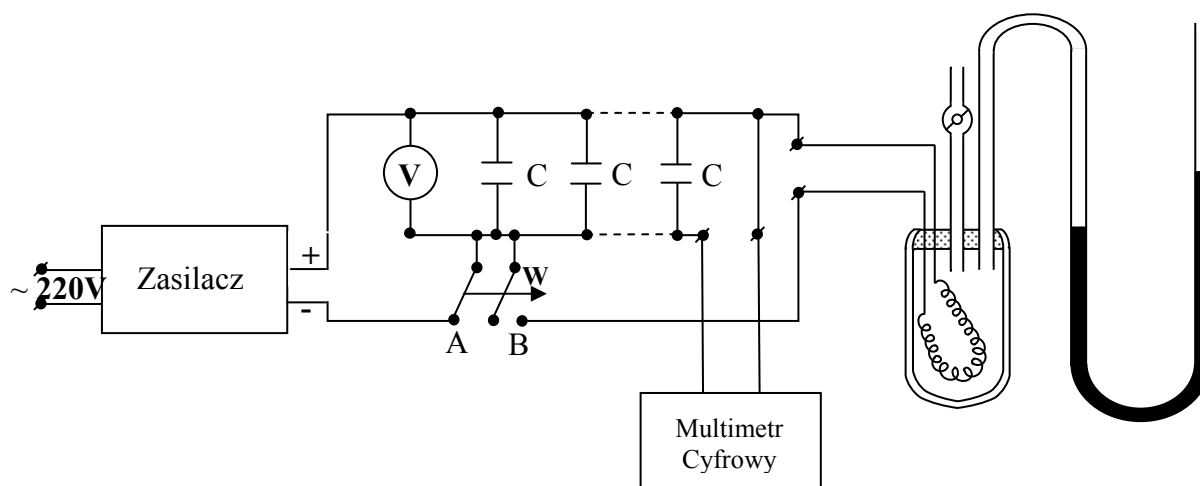
$$b = \frac{pC}{2nC_vT} \quad (19)$$

Pomiar polega na zbadaniu zależności przyrostu ciśnienia w naczyniu pomiarowym od kwadratu napięcia na okładkach kondensatora i znalezieniu współczynnika  $b$ . Stąd można znaleźć wartość ciepła molowego  $C_v$  ( $C_p$  obliczamy, korzystając ze związku Mayera):

$$C_v = \frac{pC}{2nbT} \quad (20)$$

## VI. Układ pomiarowy

Schemat układu przedstawia rys. 1. kondensator rozładowuje się przez spiralę o oporze kilkunastu omów. Powoduje to wzrost temperatury i ciśnienia w naczyniu Dewara. W wypadku, gdy objętość naczynia znacznie przewyższa objętość manometru – przemianę można uważać za izochoryczną.



Rys.1 Schemat układu pomiarowego

Rozładowanie kondensatora i ogrzanie gazu zachodzi w czasie krótszym niż 1 s. Przy dostatecznie dobrej izolacji cieplnej gaz „nie zdąży” wówczas przekazać przyrostu energii ściankom naczynia.

## VII. Pomiary

1. Zanotować wartość objętości  $V_0$  naczynia Dewara.
2. Wyrównać ciśnienie wewnątrz naczynia Dewara do atmosferycznego, zanotować jego wartość  $p$  oraz temperaturę otoczenia  $T$ .
3. Do układu podłączyć zewnętrzny woltomierz cyfrowy.
4. Wybrać odpowiednim przełącznikiem wartość pojemności rozładowywanej baterii kondensatorów  $C = 1 \cdot 10^4 \mu\text{F}$  i ustawić napięcie ładowania kondensatora na 2V (przełącznik **W** w położeniu A, rys. 1). Rozładować następnie kondensator przez opór R (przełącznik **W** w położeniu B) i zanotować maksymalną zmianę ciśnienia  $\Delta p$ .
5. Po powrocie układu do poprzedniego stanu powtórzyć pomiary dla napięć 4V, 6V, ..., 12V.
6. Pomiary z punktów 4 i 5 przeprowadzić ponownie dla pojemności  $C = 5 \cdot 10^4 \mu\text{F}$ . Wyniki zebrać w tabelach 1 i 2.

$C = 1 \cdot 10^4 \mu\text{F}$

Tabela 1

Lp	Napięcie na kondensatorze $U_m$ [V]	Zmiana ciśnienia (w mm słupa nafty) $\Delta p$ [mm]
1		
2		
⋮		

$C = 5 \cdot 10^4 \mu\text{F}$

Tabela 2

Lp	Napięcie na kondensatorze $U_m$ [V]	Zmiana ciśnienia (w mm słupa nafty) $\Delta p$ [mm]
1		
2		
⋮		

## VIII. Opracowanie

1. Sporządzić wykres zależności zmiany ciśnienia  $\Delta p$  od kwadratu napięcia  $U_m^2$  na kondensatorze,  $\Delta p = \Delta p(U_m^2)$ , dla obu serii pomiarowych.
2. Metodą najmniejszych kwadratów znaleźć współczynnik  $b$  nachylenia prostej i niepewność  $\Delta b$  dla obu serii pomiarowych.
3. Obliczyć wartość ciepła molowego powietrza przy stałej objętości (patrz wzór (20)):

$$C_V = \frac{pC}{2bT} \frac{V_m}{V_0} \quad (21)$$

gdzie liczbę moli zastąpiono wyrażeniem  $n = \frac{V_0}{V_m}$ ;  $V_m$  – objętość 1 mola powietrza w danych warunkach.

Przy obliczeniach należy zwrócić uwagę na jednostki wielkości występujących we wzorze (21). Najlepiej aby wszystkie wielkości były wstawione do wzoru w jednostkach układu SI. Wówczas wymiarem ciepła molowego jest  $[C_V] = [\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}]$ .

1 mol dowolnego gazu w warunkach normalnych ( $T = 273\text{K}$ ,  $p = 101\,325 \text{ N/m}^2$ ) zajmuje objętość  $V_m = 0,0224 \text{ m}^3$ .

Pojemność kondensatora  $C$  wyrażamy w faradach (F), temperaturę  $T$  w kelwinach (K), ciśnienie atmosferyczne  $p$  w  $\text{N/m}^2$  (paskalach, Pa). Jeśli ciśnienie odczytano w mm słupka rtęci, to ciśnienie przeliczamy uwzględniając, że (wykorzystujemy wzór  $p = \rho gh$ ):

$$\text{ciśnienie 1 mm słupka rtęci} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9,81 \text{ ms}^{-2} \times 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 133,42 \text{ Nm}^{-2} = 133,42 \text{ Pa}$$

Jeśli na wykresie  $\Delta p = \Delta p(U_m^2)$  na osi y odłożono  $\Delta p$  w mm słupka nafty (w manometrze cieczowym jest nafta), to współczynnik  $b$  ma wymiar:  $[b] = [1 \text{ mm słupka nafty}] \cdot [V^{-2}]$ . Gdy  $\Delta p$  wyrazimy w paskalach wówczas współczynnik przeliczeniowy wyniesie:

$$[b] = [1 \text{ mm słupka nafty}] \cdot [V^{-2}] = [0,7 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9,81 \text{ ms}^{-2} \times 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}] \cdot [V^{-2}] = 6,87 [\text{N m}^{-2}] \cdot [V^{-2}] = 6,87 [\text{Pa}] \cdot [V^{-2}].$$

4. Wyznaczyć niepewność pomiaru  $\Delta C_v$  ze wzoru:

$$\Delta C_v = C_v \left( \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta V_m}{V_m} \right)$$

Do obliczeń przyjąć:  $\Delta p = 2 \text{ mm Hg} = 266,84 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ ,

$$\Delta T = 1 \text{ K},$$

$$\Delta V_m = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

$$\frac{\Delta C}{C} = 0,2.$$